

UNIVERSIDAD DE SONORA
DIVISION DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Departamento de Investigación en Física



“TRANSMISIÓN DE PLASMONES DE SUPERFICIE A TRAVÉS
DE SUPERFICIES CONDUCTORAS DISCONTINUAS:
MODULACIÓN DE LA AMPLITUD DEL PLASMÓN DE
SUPERFICIE POR EL CAMPO DIFRACTADO RASANTE.”

TESIS PRESENTADA PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR
EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:

LUIS ANGEL MAYORAL ASTORGA

Hermosillo, Sonora. México.

Octubre de 2016

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

Agradecimientos

- El presente trabajo va dirigido con una expresión de gratitud para mi asesor Jorge A. Gaspar de quien siempre obtuve no sólo el apoyo y motivación para culminar la presente tesis, sino también, su tiempo, dedicación y entusiasmo por mi trabajo, y más allá de todo, estima, bondad y confianza hacia mi persona.
- Para Felipe Ramos de quien recibí apoyo, esfuerzo y dedicación en la colaboración de los artículos y de la presente tesis. Y de quien, día con día, aprendí que se puede mejorar y perfeccionar las capacidades y conocimientos en el área de investigación.
- Para Sandra León de quien recibí atención, amabilidad y sobre todo esa calidad humana hacia mi persona y de quien me llevo la satisfacción de conocerla.
- A la Universidad de Sonora y el Departamento de Investigación de física, los cuales me dieron la oportunidad de pertenecer a él como alumno y permitirme prepararme como profesionista, formando no solo a un investigador más, sino que ayudo a través de sus aulas de estudio a la formación de una persona empática hacia los demás, paciente y consiente de su entorno.
- Al personal docente, trabajadores y compañeros de estudio de quienes recibí tolerancia, trato afable haciendo los días de trabajo ameno y entretenido, de quienes me llevo buenos recuerdos y amistades.
- A CONACyT por los apoyos economicos para los proyectos 24051, 60917, y la beca de manutención.
- A la subsecretaría de Educación Superior e Investigación Científica, y al Programa de Mejoramiento del Profesorado (PRODEP) por el subsidio FOFM-2008 de Redes de Cuerpos Académicos.

- Y por último, la más importante a mi amada esposa Nuvia Lisseth de quien he recibido apoyo y amor incondicional.

Resumen

El objetivo de esta tesis es estudiar la excitación de plasmones de superficie cuando superficies metálicas son sometidas a la acción de campos electromagnéticos inhomogéneos. Probamos que la incidencia del campo de una fuente lineal sobre una superficie metálica colocada a una distancia del orden de la longitud de onda es altamente inhomogéneo y es capaz de excitar plasmones de superficie. También probamos que un plasmón de superficie que alcanza el borde de una placa metálica (esquina de 90°) decae emitiendo radiación altamente inhomogénea en la vecindad de la esquina (distancia $r < \lambda$) pero en la zona de radiación ($r \gg \lambda$) se comporta como una onda cilíndrica regular. La principal contribución de esta investigación es la demostración numérica que los campos difractados por el decaimiento de un plasmón en una esquina son causantes de la excitación de un segundo plasmón de superficie en una superficie metálica contigua; la primera y segunda superficies metálicas separadas por una abertura de ancho $d > \lambda$. La esquina de la segunda placa metálica genera los campos inhomogéneos que excitan el plasmón de superficie. Adicionalmente, se observa un patrón de interferencia justo encima de la superficie metálica, producido por la propagación instantánea del plasmón de superficie y el campo de la radiación en el vacío. Esta interferencia da lugar a regiones de campo de baja intensidad (*dark spots*) localizados sobre la superficie a una distancia no mayor de λ .

Índice general

1. Introducción.	1
2. Campo inhomogéneo producido por una fuente puntual de luz para excitar un PS.	10
2.1. Radiación electromagnética producida por una fuente cilíndrica.	11
2.2. Desarrollo semianalítico de la reflexión del campo producido por una fuente cilíndrica cercana a una superficie metálica.	12
2.3. Evaluación numérica del coeficiente de reflexión de Fresnel y la transformada del campo \vec{H} sobre la superficie metálica.	14
2.4. Reflexión del campo producido por una fuente cilíndrica en una superficie plana metálica.	17
2.5. Conclusiones	20
3. El método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (DFDT) y su utilización para excitar plasmones de superficie.	22
3.1. Descripción del DFDT	23
3.2. Criterio de estabilidad para el DFDT	32
3.3. Algoritmo de evaluación del DFDT	33
3.3.1. Representación de medios materiales en el DFDT	36
3.3.2. Representación de fuentes en el DFDT	43

3.4.	Excitación selectiva del plasmón de superficie usando DFDT.	46
3.5.	Excitación de plasmón de superficie usando una fuente puntual dentro del DFDT.	51
3.6.	Conclusiones	53
4.	Difracción del plasmón de superficie en el borde de una placa metálica.	55
4.1.	Descripción de la simulación.	56
4.2.	Análisis de la magnitud del campo a lo largo de la superficie.	60
4.3.	Análisis de la componente paralela a la superficie del vector de onda del campo difractado.	62
4.4.	Conclusiones	64
5.	Onda plana incidente sobre una esquina de una placa metálica.	65
5.1.	Descripción de la simulación.	66
5.2.	Mapa de magnitudes del campo $H_z(x, y, \omega_0)$	69
5.3.	Modulación del campo de el plasmón de superficie.	73
5.4.	Análisis del espectro en k_x del campo H_z justo en la interfaz y en la zona de interferencia destructiva total.	77
5.5.	Conclusiones	79
6.	Transmisión de plasmón de superficie a través de superficies conductoras discontinuas.	81
6.1.	Descripción de la simulación.	82
6.2.	Mapa de magnitudes del campo $H_z(x, y)$ resultantes	84
6.3.	Magnitudes del campo H_z a lo largo de $y = 0$ y sus componentes de vector de onda.	87
6.4.	Transmisión a través de la abertura.	90

6.5. Conclusiones.	92
7. Conclusiones.	93
Bibliografía	96

Capítulo 1

Introducción.

Los plasmones de superficie (PSs) son modos normales de vibración de la carga superficial de medios metálicos. Son modos colectivos de la densidad de electrones acompañada por campo transversal magnético evanescente que se genera por la misma oscilación de la carga. La geometría más sencilla donde podemos encontrar estos modos normales es la de una interfaz semi-infinita plana entre un medio dieléctrico con una constante dieléctrica positiva ϵ_1 y un medio conductor descrito por una función dieléctrica ϵ_2 . Al aplicar condiciones de frontera para los campos electromagnéticos encontramos que la condición de excitación para los plasmones de superficie es la siguiente ecuación:

$$\frac{k_2^\perp}{\epsilon_2} + \frac{k_1^\perp}{\epsilon_1} = 0, \quad (1.1)$$

donde k_1^\perp y k_2^\perp son las componentes del vector de onda que son perpendiculares a la superficie en el medio ϵ_1 y el medio ϵ_2 respectivamente. Esta ecuación demanda que la existencia de campo superficial sólo se da si la parte real de la permitividad dieléctrica de los materiales de la interfaz son de signo contrario.

Partiendo de la ecuación (1.1) y considerando que $\epsilon_1 = 1$ (vacío) y $\epsilon_2 = \epsilon(\omega)$, es

posible deducir la relación de dispersión del plasmón de superficie como:

$$k_{\parallel} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon(\omega)}{\epsilon(\omega) + 1}}, \quad (1.2)$$

donde k_{\parallel} es la componente del vector de onda que es paralela a la interfaz (ésta se relaciona con k_{\perp} a través de la relación $k^2 = k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2$), ω es la frecuencia angular del plasmón de superficie (PS) y c es la velocidad de la luz en el vacío.

A lo largo de este trabajo de tesis usaremos la función dieléctrica de Drude para representar los materiales metálicos. El modelo de Drude es una aproximación clásica que considera a los materiales metálicos como una nube de gas de electrones que están intercalados entre la red que conforman los iones positivos y asume que no existe interacción electromagnética entre los electrones o con la red de iones, la única interacción considerada es la de la colisión del electrón [1]. La función dieléctrica de Drude para representar los medios metálicos es:

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \quad (1.3)$$

donde ω_p es la frecuencia de plasma y γ es la frecuencia de colisiones. En este trabajo tomaremos $\gamma = \omega_p/100$.

Al sustituir la ecuación (1.3) en (1.2) y evaluar numéricamente en un rango de frecuencias desde $0.3\omega_p$ hasta ω_p , obtenemos la relación de dispersión que se muestra en la Fig. 1.1. Esta relación de dispersión caracteriza por completo al plasmón de superficie al determinar su longitud de onda, su distancia de propagación a lo largo de la interfaz y su distancia de penetración hacia el vacío y hacia el metal.

La longitud de onda del plasmón de superficie, λ_{sp} , está determinado por el valor de la parte real de k_{\parallel} :

$$\lambda_{sp} = \frac{2\pi}{\text{Re}\{k_{\parallel}\}}. \quad (1.4)$$

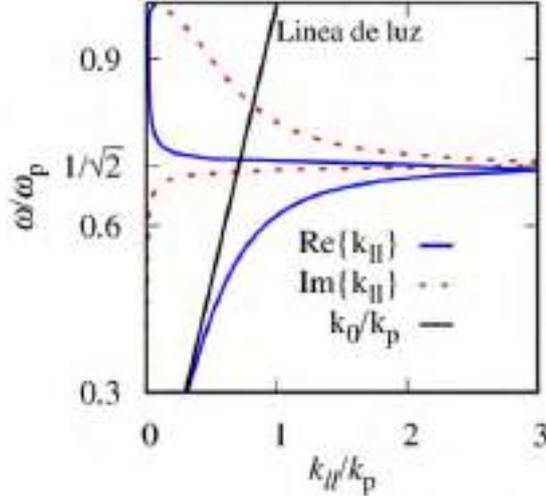


Figura 1.1: Relación de dispersión del PS en una interfaz vacío-metal usando la función dieléctrica de Drude.

La distancia de decaimiento a lo largo de la interfaz se define como la distancia a la cual la amplitud del campo ha decaído hasta e^{-1} de su amplitud original, la cual definiremos como λ_{sp}^D , y está determinada por la parte imaginaria de $k_{||}$:

$$\lambda_{sp}^D = \frac{1}{\text{Im}\{k_{||}\}} \quad (1.5)$$

De igual manera, la distancia de penetración del plasmón de superficie, hacia el vacío o al material metálico, se define como la distancia a la cual el campo decae en su magnitud hasta e^{-1} y se calcula usando la componente perpendicular del vector de onda del plasmón. Entonces, se define como la distancia de penetración

$$\delta_v = \frac{1}{\text{Im}\{k_{\perp}^v\}} \quad (1.6)$$

y

$$\delta_m = \frac{1}{\text{Im}\{k_{\perp}^m\}}$$

hacia el vacío y hacia el metal, respectivamente. La Fig. 1.2 muestra el resultado de evaluar numéricamente las expresiones en (1.6). Para el valor particular de frecuencia

$\omega = 0.5\omega_p$ el campo del plasmón de superficie penetra $0.225\lambda_0$ hacia el vacío y $0.075\lambda_0$ hacia el metal, donde λ_0 es la longitud de onda del campo electromagnético que se propaga en el vacío. Se hace notar este valor en particular, ya que la mayoría de los cálculos hechos con el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (DFDT) en la presente tesis usan este valor de frecuencia.

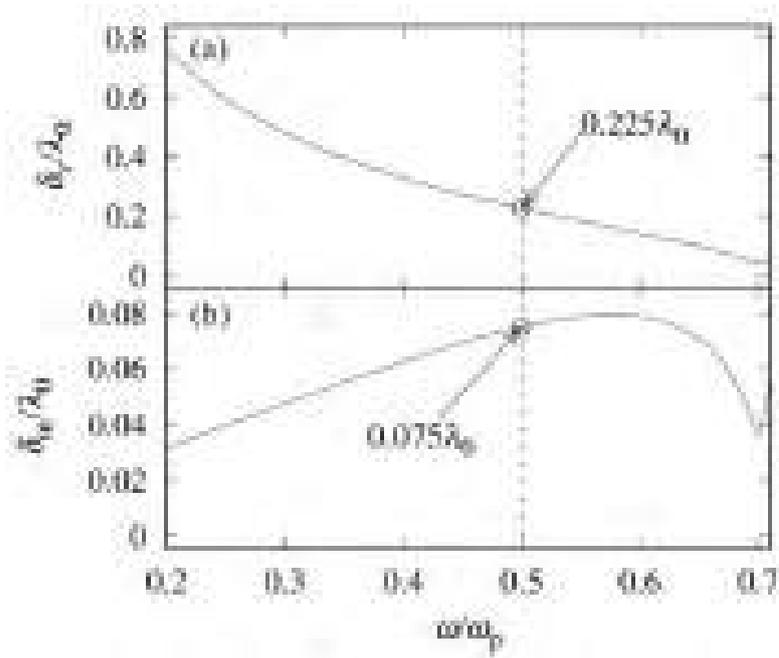


Figura 1.2: Distancia de penetración del plasmón de superficie normalizada a $\lambda_0 = 2\pi c/\omega$. (a) Hacia dentro del vacío. (b) Hacia dentro del metal.

Los plasmones de superficie (PSs) tienen un gran potencial en la miniaturización de tecnología de dispositivos optoelectrónicos para transportar altas concentraciones de información debido a que poseen una longitud de onda menor que la de la luz que los excita y a su habilidad de concentrar alta intensidad del campo[2, 3]. El PS es un agente óptico de una nueva era de la optoelectrónica donde un circuito metálico ultra-compacto podría ser combinado a la vez con efectos fotónicos y eléctricos[4, 5].

Más allá de sus aplicaciones prácticas, los plasmones de superficie también están in-

volucrados en problemas de física fundamental por ejemplo: Transmisión extraordinaria de luz observada en películas metálicas con arreglos de agujeros con diámetros menores a la de la longitud de onda[6, 7]. Este aumento en la amplitud del campo ha generado un gran debate en explicar cual es el papel que juegan los PSs, porque aparentemente hay efectos similares que se han observado en el régimen de micro-ondas[8, 9] donde los metales se comportan casi como conductores perfectos. Aunque hay algunas otras teorías que tratan de explicar la alta transmisión sin involucrar a los PSs (interferencia de campo evanescente difractado[10], anomalías resonantes de Wood[11], acoplamiento de impedancias[12]) y resonancias plasmónicas acopladas a la estructura metálica[13] en general la interpretación más aceptada se basa en interacción entre PSs y arreglos de agujeros[14, 15, 16].

La principal complicación al tratar de excitar un plasmón de superficie con luz, como se muestra en la figura 1.1 es que la relación de dispersión está al lado derecho de la línea de luz, es decir, que el vector de onda asociado al PS es mayor que el vector de onda de la luz en el vacío. Para un haz incidente dado, el número de onda debe de ser incrementado en un valor Δk_{\parallel} para acoplar los fotones con los plasmones. Para esto existen técnicas muy establecidas para la excitación de PSs sobre superficies planas. Algunas de ellas son: transmisión de electrones rápidos a través de películas delgadas, acoplamiento con prismas, acoplamiento con rejilla y microscopia óptica de campo cercano[17]. Además, las nano-partículas de radio a colocadas en la vecindad de la película metálica o de agujeros de radio a sobre la película metálica, con $a < \lambda$, son estructuras adicionales que pueden asistir la excitación de PSs[16].

Por muchos años se han propuesto una gran variedad de mecanismos para la excitación de PSs usando luz que incide directamente en superficies metálicas. Por ejemplo están las que incluyen una nano-abertura, surcos superficiales y las nano-partículas incrustadas. En estos ejemplos mencionados se usan estas estructuras adicionales para

generar la difracción de la luz, la cual produce el campo evanescente que excita los PSs.

Sin embargo, existe evidencia experimental que los PSs pueden ser excitados directamente incidiendo luz en superficies planas usando técnicas de campo cercano[18]. En esta tesis se argumenta que todos estos enfoques tienen una misma base física para excitar los PSs: La inhomogeneidad del campo electromagnético sobre la superficie del metal. Esta cualidad, y la inhomogeneidad espacial, como veremos a detalle en esta tesis es la propiedad física que aumenta el espectro asociado de Fourier del campo, permitiendo la existencia de las componentes de vector de onda que corresponden a campo evanescente. En este sentido se extiende el concepto de fuente puntual para incluir cualquier mecanismo de difracción local capaz de generar campo altamente inhomogéneo como el que se presenta en las discontinuidades en superficies como las rejillas(*grids*), ranuras (*grooves*) o aberturas (*slit*). En particular, es posible excitar PSs con la luz que se dispersa por una simple nano-abertura en una barra (*slab*) metálica cuando se ilumina por debajo (*back side*)[19, 20] o por encima (*front*)[21, 22] como se muestra en la figura 1.3. La excitación de PSs es conducida por la pérdida local de variancia translacional que es introducida por la abertura[23]. Esto quiere decir que la luz que incide es dispersada y se vuelven disponibles componentes de vector de onda mayores al del campo incidente para la excitación de plasmones de superficie. Debido a que la excitación es doble (dos PSs se propagan en dirección opuesta y perpendicular a la abertura) se han propuesto estructuras simétricas adicionales, como bordes de aberturas (*slit borders*)[19] o arreglos periódicos de ranuras sobre un lado de la abertura[24], para lanzar a los PSs en sólo una de las dos direcciones posibles.

Lo más intrigante en el último caso mencionado, en que se elige cierta configuración geométrica para lograr una propagación en una dirección seleccionada, es que ésta involucra un salto de un PS a través de una abertura. Los autores de la referencia[24] concluyen que el efecto final de la propagación de dos plasmones hacia la derecha más



Figura 1.3: (a) Configuración *back side*, (b) configuración *front side* para excitar PSs.

allá de la abertura se debe a que uno de los PSs generados es reflejado por medio de reflexión de Bragg y éstos interfieren de forma constructiva o destructiva dependiendo de una diferencia de fase $\Delta\phi = 2k_{sp}a + m\pi$ entre éstos dos plasmones, donde a es la separación entre la abertura de un arreglo de ranuras. En ese mismo sentido Nazarov *et al*[25] demostraron que, para el régimen de THz, el campo que se produce por el plasmón dispersado en la orilla de una terminación de una barra de metal puede excitar otro plasmón sobre una segunda barra alineada la cual es colocada a decenas de milímetros de la primera. El salto del plasmón fue demostrado, para frecuencias por debajo de 1 THz, para aberturas de ancho d dentro del rango de $0.1\lambda < d < 41\lambda$. Por otro lado, la eficiencia en la transmisión de PSs a través de espacios (*gaps*) de aire entre bandas (*strips*) de oro fueron estudiadas por Flynn *et al*[26]. De modo sorprendente encontraron alta transmitancia en el rango del 50 % al 100 % a través de espacios de aire desde $30nm$ hasta $16\mu m$ dentro del régimen infrarrojo.

En este trabajo de tesis se presenta un estudio numérico del “salto” de un PS a través de una abertura con un ancho de varias longitudes de onda. También se demuestra que el PS salta a la segunda barra metálica incluso cuando los dos metales que forman la abertura son diferentes. También se comprueba que la intensidad del PS transmitido es inherentemente modulada. Primero se describe la excitación del plasmón de superficie usando una fuente de campo evanescente. Entonces, con el fin de profundizar en los mecanismos implicados en el salto del PS, se estudia por separado a) la radiación

emitida por el colapso de un PS al llegar a una esquina, y b) la luz dispersada por una esquina metálica cuando se hace incidir una onda plana con vector de onda paralelo a una de las superficies que forma la esquina. Estos dos procesos físicos son el punto de partida para describir la transmisión de un PS a través de aberturas anchas. En nuestros cálculos numéricos se resuelven las ecuaciones de Maxwell en el dominio del tiempo y el espacio. El correspondiente vector de onda y los espectros en frecuencia se calculan usando una transformada de Fourier numérica.

La transmisión de PS a través de una abertura simple es en realidad un tema viejo; sin embargo, son pocos los reportes detallados sobre el tema. Probablemente el trabajo de Zhizhin *et al*[27] es el primero en describir la doble conversión de PS a radiación y de radiación a PS como un mecanismo básico para la transmisión. También se han estudiado los dos procesos por separado. La radiación y reflexión de PSs en terminación de materiales como función del dieléctrico circundante fueron estudiados por Wallis *et al*[28], y como una función de la impedancia del metal por Zon[29] y por Kotelnikov *et al*[30]. Por otra parte, la excitación de PSs usando luz enfocada sobre terminaciones de material metálico fue comprobado por Stegeman *et al*[31].

El resto del material presentado en esta tesis está dividido en los siguientes capítulos:

Capítulo 2: Se presenta evidencia numérica de la inhomogeneidad del campo en la vecindad de una fuente muy localizada, la cual es capaz de excitar plasmones de superficie. Esto se hace haciendo desarrollo semi-analítico de la reflexión del campo producido por una fuente puntual a una distancia perpendicular $b < \lambda$ de una superficie metálica.

Capítulo 3: Se desarrolla un resumen sobre el formalismo de método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (DFDT) que se usa en los capítulos subsiguientes. También se presenta la excitación selectiva de plasmones de superficie usada en

el desarrollo de esta tesis dentro del DFDT, usando una fuente evanescente y una fuente puntual.

Capítulo 4: Se presentan resultados del decaimiento radiativo de un plasmón que llega al borde (esquina de 90°) de la placa metálica por donde se propaga. Se realiza la transformada de Fourier de los campos y el espectro resultante se compara con los obtenidos en el capítulo 2.

Capítulo 5: Se estudia el caso inverso que se presentó en el capítulo 4, la incidencia de una onda plana sobre una esquina metálica de 90° . Los resultados, que se obtienen usando análisis de Fourier, muestran una modulación inherente en la intensidad del plasmón excitado sobre la superficie.

Capítulo 6: Se presenta la transmisión de plasmón de superficie a través de superficies conductoras discontinuas como un doble proceso: I)PS-difracción y II) difracción-PS.

Capítulo 7: Se presentan a manera de conclusiones generales los resultados más sobresalientes de este trabajo de tesis.

Capítulo 2

Campo inhomogéneo producido por una fuente puntual de luz para excitar un PS.

En este capítulo probamos que los plasmones de superficie pueden ser excitados por un campo inhomogéneo. Se hace un desarrollo semi-analítico de la reflexión del campo de una fuente cilíndrica en la vecindad de una superficie metálica. El campo incidente se representa con una función de Hankel de primer orden que es generado con una fuente cilíndrica de radio $r < \lambda$. Se hace una representación de los campos en ondas planas y se calcula la reflexión de cada uno de sus componentes espectrales usando el coeficiente de reflexión de Fresnel $r(k_x)$. Con esto se llega a una expresión integral $F(k_x, k, b)$, que representa la proyección del campo sobre la superficie metálica, y se evalúa numéricamente para encontrar el campo resultante.

Parte del contenido de este capítulo fue publicado en el artículo: *Inhomogeneous fields for surface plasmon excitation*, Proc. of SPIE Vol. **8011**, 80115I (2011).

2.1. Radiación electromagnética producida por una fuente cilíndrica.

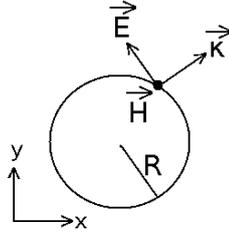


Figura 2.1: Geometría de una fuente cilíndrica magnética.

En esta sección encontraremos una expresión analítica para la radiación que produce una fuente cilíndrica suponiendo que el campo tiene polarización TM, es decir, \mathbf{H} a lo largo del eje del cilindro. Para esto consideramos que en la superficie de un cilindro con radio R tenemos un campo magnético armónico de la forma

$$\mathbf{H}(x, y, t) = H_z(x, y)e^{-i\omega t}\hat{z}, \quad (2.1)$$

el cual debe de satisfacer la ecuación de Helmholtz

$$(\nabla^2 + \mu_0\epsilon_0\omega^2)\mathbf{H}(x, y, t) = 0. \quad (2.2)$$

La orientación del cilindro se considera de forma que su eje esta paralelo al eje z , quedando definido el plano xy como el plano de incidencia.

Podemos simplificar el problema al considerar que la altura del cilindro es muy grande y dado que el sistema tiene simetría azimutal, la ecuación (2.2) se transforma en la ecuación diferencial de Bessel:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \left(1 - \frac{m^2}{r^2} \right) \right] H_z = 0 \quad (2.3)$$

con $r = k\rho$, en donde k es el número de onda del campo que se propagan en el vacío

$$k^2 = \mu_0\epsilon_0\omega^2 \geq 0, \quad (2.4)$$

y $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. La ecuación (2.3) tiene como solución general para m enteros:

$$H_z = AJ_m(k\rho) + BY_m(k\rho), \quad (2.5)$$

y en particular si $B = iA$, se obtienen las funciones de Hankel de primer tipo de orden m , que describen la propagación de ondas hacia afuera del cilindro. Solo nos interesa con $m = 0$, ya que no hay dependencia azimutal. La solución general que se propone en forma de onda saliente es:

$$H_z = A [J_0(k\rho) + iY_0(k\rho)]. \quad (2.6)$$

Aplicando ahora la condición en la frontera del campo \mathbf{H} en la superficie del cilindro, $\rho = R$, nos queda que

$$A [J_0(kR) + iY_0(kR)] = H_z e^{-i\omega t}, \quad (2.7)$$

con lo cual se obtiene como resultado que $A = \frac{H_0}{J_0(kR) + iY_0(kR)} e^{-i\omega t}$, y así obtener finalmente el campo para cualquier distancia ρ :

$$H_z = \frac{H_0}{J_0(kR) + iY_0(kR)} e^{-i\omega t} [J_0(k\rho) + iY_0(k\rho)]. \quad (2.8)$$

2.2. Desarrollo semianalítico de la reflexión del campo producido por una fuente cilíndrica cercana a una superficie metálica.

Si acercamos la fuente cilíndrica (2.8) a una distancia b de una superficie, el valor del campo superficial (sin considerar la polarización de dicha superficie) lo obtenemos al sustituir $\rho = \sqrt{x^2 + (y - b)^2}$, donde b es la distancia de la superficie al centro del cilindro de forma perpendicular y x es la distancia del origen del cilindro a todo lo largo

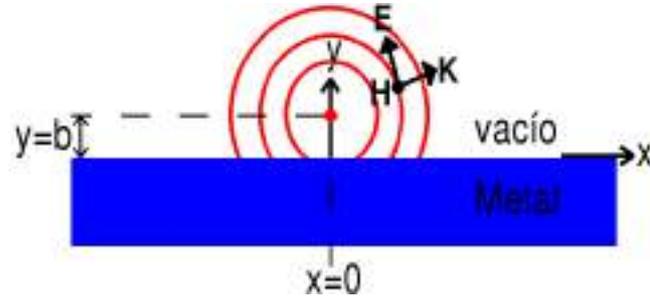


Figura 2.2: Esquema que representa la posición de la fuente cilíndrica a una distancia b de una interfaz vacío-metal.

de la superficie metálica caracterizada por $\epsilon(\omega)$. La superficie metálica se encuentra en $y = 0$, ver Fig. 2.2.

Para calcular la reflexión debemos aplicar las condiciones en la frontera para los campos en $y = 0$. Para esto hacemos una expansión en ondas planas del campo incidente justo en la superficie en $y = 0$, es decir, $H_z(x, y = 0, t)$

$$F(k_x, k, b) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx' H_0^{(1)}(k\sqrt{b^2 + x'^2}) e^{-ik_x x'} \quad (2.9)$$

Cada componente del campo sufrirá una reflexión dada por los coeficientes de Fresnel para una interfaz plana. En el caso de polarización TM, el coeficiente de Fresnel se expresa como:

$$r_f = \frac{\epsilon_2 k_1^\perp - \epsilon_1 k_2^\perp}{\epsilon_2 k_1^\perp + \epsilon_1 k_2^\perp}, \quad (2.10)$$

donde ϵ_1 es la constante dieléctrica del vacío, ϵ_2 es la función dieléctrica para el medio metálico, k_1^\perp es la componente perpendicular del vector de onda en el medio ϵ_1 y k_2^\perp es la componente perpendicular del vector de onda en el medio ϵ_2 .

Cada componente del campo de la fuente evaluado en la superficie dará lugar a un campo reflejado con amplitud $r_f F(k_x, k, b)$ donde r_f es la razón del campo reflejado al campo incidente (2.10). El campo calculado en el punto (x, y) con $y > 0$, estaría dado

por:

$$\mathbf{H}(x, y, t) = \hat{k} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x r_f(k_x) F(k_x, k, b) e^{i[-k_y(y-b) + k_x x - \omega t]}. \quad (2.11)$$

2.3. Evaluación numérica del coeficiente de reflexión de Fresnel y la transformada del campo \vec{H} sobre la superficie metálica.

Ahora consideraremos que $\epsilon_1 = 1$ y $\epsilon_2(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}$. Dado que k_x es continua a través de la interfaz, y que en general $k^2 = k_x^2 + k_y^2$. Podemos obtener k_{y1} y k_{y2} en función de $k_x = k_{x1} = k_{x2}$:

$$\begin{aligned} k_1^2 &= k_{x1}^2 + k_{y1}^2, & k_2^2 &= k_{x2}^2 + k_{y2}^2, \\ k_{y1} &= \sqrt{k_1^2 - k_x^2}, & k_{y2} &= \sqrt{k_2^2 - k_x^2}, \\ k_{y1}(\omega, k_x) &= \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2}, & k_{y2}(\omega, k_x) &= \sqrt{(\omega/c)^2 \epsilon_2(\omega) - k_x^2}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Se elige que la fuente tenga una frecuencia $\omega = 0.5\omega_p$ ya que a esa frecuencia la relación de dispersión del PS dista de la línea de luz sin que los efectos de la absorción predominen. Entonces, $\epsilon_2(\omega = 0.5\omega_p) \approx -3 + i0.08$ y $k = \frac{0.5\omega_p}{c}$. Se sustituyen estos valores en la ecuación (2.10) y las expresiones de k_{y1} y k_{y2} de (2.12). La Fig. 2.3 muestra su evaluación numérica con $0 < k_x < 2k$ en color rojo. Nótese que la forma de $r_f(k_x)$ tiene un máximo muy pronunciado en $k_x = 1.22k$, el cual corresponde a la condición de resonancia de una interfaz vacío-metal, o a la relación de dispersión del plasmón de superficie de dicha interfaz a esa frecuencia.

Ahora, para evaluar la integral de la ecuación (2.9), se define una fuente cilíndrica con radio arbitrariamente pequeño de $R = 0.1\lambda$, donde $\lambda = 2\pi/k$. Se elige el espacio $-500\lambda < x < 500\lambda$ para asegurar una partición fina en el espacio de k_x . Se definen los

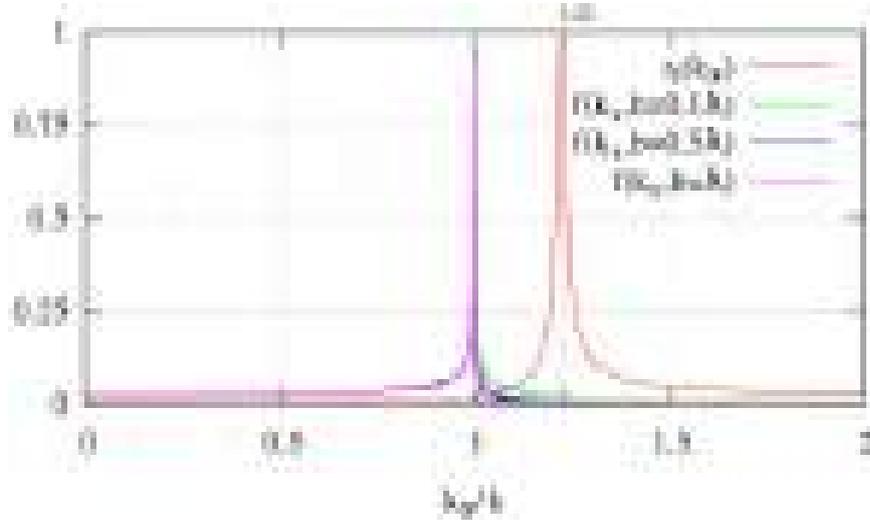


Figura 2.3: Evaluación numérica de $r_f(k_x)$ y $f(k_x)$ para diferentes valores de b y, con $\omega = 0.5\omega_p$ y $-500\lambda < x < 500\lambda$. Las curvas de $f(k_x, b)$ se normalizan al valor de $f(k, 0.1\lambda)$ y $r_f(k_x)$ se normaliza al valor de $r_f(1.22k)$.

tamaños de partición y rango de las variables de forma que cumplan con la indeterminación entre los espacios $k_x x$. El tamaño de partición espacial se elige como $dx = \lambda/50$ para tener una buena representación de las oscilaciones del campo en el vacío y del plasmón sobre la interfaz.

El tamaño de partición en k_x se elige como $dk_x = 2\pi/x_{rang}$, con $x_{rang} = 1000\lambda$, y el máximo valor que se considera en k_x como $k_n = 2\pi/dx$. Es así que podemos producir la familia de gráficas de la Fig. 2.3 para $b = \{0.1\lambda, 0.5\lambda, \lambda\}$, en el algoritmo 1 se muestra el procedimiento para evaluar las expresiones (2.10) y (2.9).

El campo lejos de $x = 0$ contribuye en la integral de la transformada, $f(k_x, b)$, en el aumento del valor máximo en $k_x = k$, mientras que los valores del campo que estan cerca de $x = 0$ dan forma al espectro en $k_x > k$ (campo inhomogéneo). En este sentido se puede asegurar que la transformada que se presenta en la figura 2.3 está bien convergida para valores de $k_x > k$.

Una vez que se tiene evaluada la función $f(k_x)$ (2.9), podemos calcular el campo

Algoritmo 1 Algoritmo para evaluar numéricamente $f(k_x)$ y r_f .

```

1:  $\omega_p = 5.734d12$ ,  $\omega = 0.5\omega_p$ ,  $k = \frac{\omega}{c}$ ,  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ ,  $dx = \frac{\lambda}{10}$ ,  $x_1 = -500\lambda$ ,  $x_n = 500\lambda$ ,
    $N_x = \frac{x_1-x_n}{dx}$ ,  $k_n = \frac{2\pi}{dx}$ ,  $dk = \frac{2\pi}{x_n-x_1}$ ,  $\epsilon = -3 + i0.08$ ,  $N_k = \frac{k_n}{dk}$ 
2:  $k_x = dk$ 
3: for all  $k_1 < k_x < k_n$  do
4:    $f \leftarrow 0$ ,  $x \leftarrow x_1$ 
5:    $k_{y1} = \sqrt{k^2 - k_x^2}$ 
6:    $k_{y2} = \sqrt{\epsilon k^2 - k_x^2}$ 
7:    $r_f = \frac{\epsilon k_{y1} - k_{y2}}{\epsilon k_{y1} + k_{y2}}$ 
8:   for all  $x_1 < x < x_n$  do
9:      $H_0^{(1)} \leftarrow J_0(k\sqrt{b^2 + x^2}) + i(k\sqrt{b^2 + x^2})$ 
10:     $f \leftarrow f + \frac{dx}{2\pi} H_0^{(1)} e^{-ikx}$ 
11:   end for
12:   WritetoFile  $\frac{k_x}{k}$ ,  $f$ 
13:   WritetoFile  $\frac{k_x}{k}$ ,  $r_f$ 
14: end for

```

H_z justo en la interfaz al calcular la transformada inversa de Fourier en k_x . En la Fig. 2.4 se muestra el campo H_z de la fuente cilíndrica proyectado justo en la interfaz. El centro de la fuente cilíndrica se sitúa en $x = 0$ y a diferentes distancias a lo lejos de la interfaz con $b = \{0.1\lambda, 0.5\lambda, 1\lambda, 2\lambda\}$ (en concordancia con la evaluación de la función $f(k_x)$). La línea roja representa la parte real del campo H_z justo en la interfaz según la expresión (2.11) con $y = b$ y para diferentes valores de b , y la línea verde es la magnitud del mismo. Obsérvese que a medida que alejamos la fuente cilíndrica de la interfaz, el campo sobre ella se vuelve cada vez más uniforme hasta volverse casi constante. Esto último se aprecia claramente al observar la magnitud del campo sobre la interfaz, contrariamente, si acercamos la fuente cilíndrica a la interfaz el valor máximo del campo sobre la interfaz se vuelve cada vez más localizado en $x = 0$. En este último caso se dice que el campo sobre la interfaz tiene fuertes variaciones de magnitud en pequeñas variaciones espaciales cerca del centro de la fuente en $x = 0$; es decir, el campo es altamente inhomogéneo espacialmente.

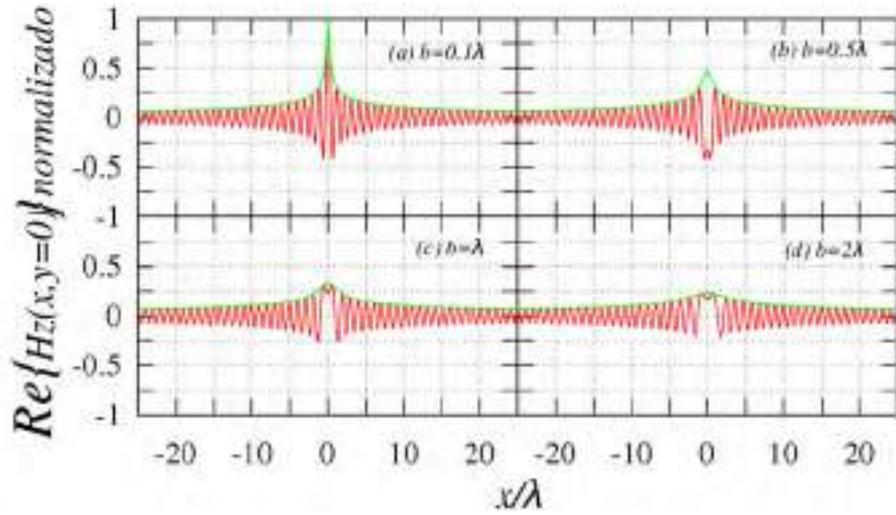


Figura 2.4: Parte real de la amplitud analítica del campo magnético sobre la superficie suponiendo una fuente cilíndrica a una distancia perpendicular $y = b$. (a) $b = 0.1\lambda$. (b) $b = 0.5\lambda$. (c) $b = \lambda$ y (d) $b = 2\lambda$.

Es importante resaltar que este campo es la proyección del campo que produce la fuente cilíndrica sobre la interfaz, es decir, el campo incidente sobre ésta. En la siguiente sección se usarán estos resultados para evaluar el campo H_z respuesta de la interfaz y se analizará la condición del campo incidente sobre la interfaz para producir plasmones de superficies.

2.4. Reflexión del campo producido por una fuente cilíndrica en una superficie plana metálica.

Para obtener el campo reflejado de la interfaz vacío-metal al hacer incidir la luz que produce una fuente cilíndrica (lineal) en su vecindad, tenemos la expresión (2.11) que involucra la transformada de la proyección del campo sobre la interfaz $f(k_x)$ (2.9), el coeficiente de reflexión de Fresnel r_f (2.10) y el campo de la fuente (2.8).

Para obtener el campo (2.11) es necesario definir una región de interés en el plano

xy , donde se desea obtener el campo en reflexión, el procedimiento de evaluación se muestra en el algoritmo 2.

Algoritmo 2 Algoritmo para evaluar numéricamente el campo analítico H_z en reflexión.

```

1:  $\omega_p = 5.734d15$ ,  $\omega = 0.5\omega_p$ ,  $\beta = \frac{\omega}{c}$ 
2: for all  $0 < y < 10\lambda$  do
3:   for all  $k_1 < k_x < k_n$  do
4:      $k_y = \sqrt{\beta^2 - k_x^2}$ 
5:     for all  $-5 < x < 5$  do
6:        $H_z \leftarrow H_z + dk_x r_f(k_x) f(k_x) e^{-k_y(y-b) + (k_x x)}$ 
7:     end for
8:     WritetoFile  $\frac{x}{\lambda}, \frac{y}{\lambda}, H_z$ 
9:   end for
10: end for

```

Como se puede observar la distribución espacial del campo reflejado de la interfaz cambia drásticamente al variar el parámetro b , que especifica la distancia perpendicular de la fuente hacia la interfaz. Para el valor de $b = 0.1\lambda$, el campo resultante está altamente confinado en la interfaz y presenta oscilaciones a lo largo de ella, ver Fig. 2.5.a. Mientras que para $b = 2\lambda$, la distribución espacial de la amplitud del campo es más uniforme; el campo se difracta hacia el vacío, no hay excitación de PS. Ver Fig. 2.5.b.

En la Fig. 2.5.c y 2.5.d se muestra la distribución del campo $H_z(\omega, x, y)$ a lo largo de la interfaz ($y = 0$) y a lo lejos de ella respectivamente, para $b = 0.1\lambda$, el campo en la interfaz presenta una longitud de onda que corresponde a la relación de dispersión del plasmón (1.2) que en este caso es $\sim 0.8\lambda$ y a lo lejos de la interfaz la longitud de onda del campo es de λ , también se puede observar, en amplitud, que el campo está fuertemente confinado justo en la interfaz pudiendo ubicar un máximo absoluto en $x = 0, y = 0$.

Para el caso en que $b = 2\lambda$, Fig. 2.5.e y 2.5.f, el campo en la interfaz y a lo lejos de ella la longitud de onda del campo es de λ .

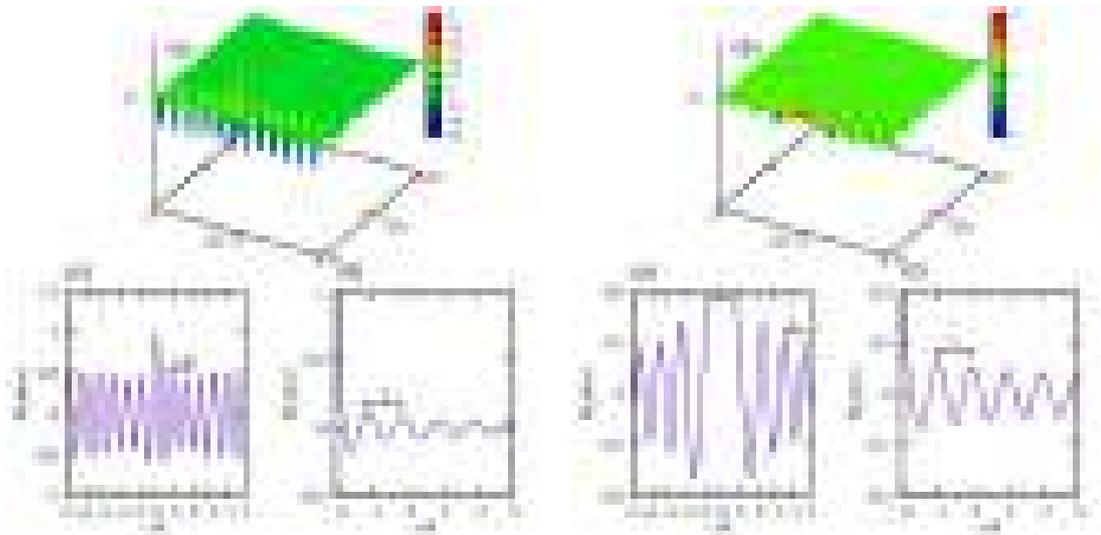


Figura 2.5: Parte real del campo magnético reflejado de una fuente puntual en la vecindad de una interfaz vacío-metal. a) distribución espacial xy del campo para $b = 0.1\lambda$, (b) distribución espacial xy del campo para $b = 2\lambda$, (c) Campo a lo largo de la interfaz con $b = 0.1\lambda$, (d) Campo a lo lejos de la interfaz para $b = 0.1\lambda$, (e) Campo a lo largo de la interfaz con $b = 2\lambda$ y (f) Campo a lo lejos de la interfaz para $b = 2\lambda$. Estos perfiles de campo se obtuvieron al evaluar la ecuación (2.11).

2.5. Conclusiones

Hemos presentado la expresión del campo H_z , con polarización TM, que es producida por una fuente puntual cilíndrica.

También encontramos una expresión integral para representar el campo H_z reflejado por una interfaz vacío-metal. Esta expresión integral está en función de los coeficientes de reflexión de fresnel $r_f(k_x)$ que caracteriza al medio activo (Drude en nuestro caso), y como función de la transformada de Fourier del campo sobre la interfaz $f(k_x, b)$, que depende fuertemente de la distancia perpendicular del centro de la fuente a la interfaz; ambos términos son evaluados numéricamente, esto se explicó en la sección 2.3.

Por último, en la sección 2.4, se presentó el campo resultante, H_z , justo en la interfaz y en el vacío (reflejado), Se presentan dos casos representativos: En el primero, la fuente esta a 2λ de la interfaz. Y en el segundo, la fuente se coloca a 0.1λ de la interfaz.

Estas distribuciones de campo se formaron en términos de la reflexión de Fresnel de ondas planas, el coeficiente de Fresnel (caracterizado por el material) es el que tiene asociado un polo resonante en la frecuencia y vector de onda que corresponde al plasmón de superficie.

Cuando una fuente localizada está lejos de una interfaz vacío-metal, las componentes del campo, en vector de onda, no pueden alcanzar la condición de resonancia para la interfaz. Sin embargo, a medida de que la fuente se acerca a la interfaz, empiezan a aumentar las intensidades de las componentes evanescentes en la transformada del campo sobre la interfaz, lográndose la condición de acoplamiento luz-plasmón.

En resumen, en este capítulo se ha estudiado teóricamente la excitación de plasmones de superficie por luz que incide directamente desde el vacío hacia una superficie metálica. En el caso de que la fuente de luz produce una proyección del campo inhomogénea a lo largo de la interfaz no se requiere una estructura adicional para asegurar el acoplamiento

luz-plasmón

Así mismo la disponibilidad de vectores de onda asociados a campo evanescente se confirmó por medio de la transformada de Fourier. Con ello demostramos semianalíticamente el acoplamiento de la luz incidente con PSs.

Capítulo 3

El método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (DFDT) y su utilización para excitar plasmones de superficie.

En este capítulo se desarrolla el formalismo del método numérico utilizado en esta investigación incluyendo: Una descripción cualitativa del método numérico, ventajas y desventajas, el criterio de estabilidad, la representación de medios materiales y la representación de fuentes. También se presentan dos casos de estudio: La excitación selectiva de plasmón de superficie usando una fuente evanescente y una fuente puntual, discutiendo los criterios de convergencia relacionados con el tamaño de partición en el DFDT.

3.1. Descripción del DFDT

El método de diferencias finitas en el dominio del tiempo DFDT (o FDTD siglas en inglés) se basa en escribir las ecuaciones diferenciales de Maxwell en una forma discreta espacial y temporalmente[32]. El muestreo espacial se acostumbra especificar como el número de puntos para representar una longitud característica del sistema a estudiar, mismas que se deben fijar de forma que se puedan representar las longitudes de onda más cortas del campo cercano que se consideran importantes en la física del problema a analizar.

Un valor común para este parámetro es de 20 puntos por longitud de onda[33], el muestreo temporal se elige de forma que se pueda asegurar la estabilidad del algoritmo.

Las ventajas de este método numérico son:

1. El DFDT está basado en cálculos completamente explícitos de las ecuaciones de Maxwell en el dominio del tiempo. Con esto el método no está limitado en el rango de frecuencia de sus soluciones.
2. Las fuentes de error en sus cálculos son bien entendidas, y pueden ser acotadas para permitir modelos precisos para una larga variedad de problemas donde se involucra algún tipo de interacción electromagnética.
3. Calcula de forma directa la respuesta a impulsos temporales de un sistema electromagnético, por lo tanto, una sola simulación de DFDT puede proveer de una onda electromagnética temporal de *ultrawideband*, o bien, de una respuesta de estado estable a una frecuencia dentro del espectro de la fuente excitación.
4. La solución de problemas usando DFDT se resume a resolver la generación de la geometría de la simulación en lugar de reformular las ecuaciones de Maxwell para satisfacer las condiciones de frontera.

La formulación del DFDT para electromagnetismo se basa en los rotacionales de las ecuaciones de Maxwell (en CGS)

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\end{aligned}\tag{3.1}$$

donde los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} son vectores del campo eléctrico y magnético con tres componentes o dimensiones y estos se relacionan con los campos \mathbf{D} y \mathbf{B} a través de las relaciones constitutivas

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H}\end{aligned}\tag{3.2}$$

donde ϵ es la constante dieléctrica y μ es la permeabilidad magnética, que en este trabajo de tesis tomamos $\mu = 1$ (medios no magnéticos). En la sección 3.3.1 se desarrolla el formalismo del DFDT para el caso de medios dispersivos, es decir, ϵ es una función que depende de la frecuencia. En el resto de esta sección se considera, por simplicidad, que $\epsilon = 1$.

Entonces cada rotacional en (3.1) representa tres ecuaciones, una por cada componente vectorial:

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \partial x & \partial y & \partial z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (\frac{\partial}{\partial y} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_y) \hat{i} \\ +(\frac{\partial}{\partial z} E_x - \frac{\partial}{\partial x} E_z) \hat{j} \\ +(\frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x) \hat{k} \end{vmatrix} = -\frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} H_x \hat{i} + \frac{\partial}{\partial t} H_y \hat{j} + \frac{\partial}{\partial t} H_z \hat{k} \right)\tag{3.3}$$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \partial x & \partial y & \partial z \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (\frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y) \hat{i} \\ +(\frac{\partial}{\partial z} H_x - \frac{\partial}{\partial x} H_z) \hat{j} \\ +(\frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x) \hat{k} \end{vmatrix} = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} D_x \hat{i} + \frac{\partial}{\partial t} D_y \hat{j} + \frac{\partial}{\partial t} D_z \hat{k} \right).\tag{3.4}$$

Para resolver estas ecuaciones, Yee[34] propuso que las ecuaciones diferenciales se discretizaran de manera que los términos espaciales y temporales estén intercalados.

Para el caso de una simulación con propagación en 1D con polarización transversal magnética (TM), es decir, el campo magnético es perpendicular a la dirección de propagación del campo. \mathbf{H} se define temporalmente en múltiplos enteros de la partición temporal y espacialmente en semienteros de la partición espacial y \mathbf{D} en múltiplos semienteros de la partición temporal y en enteros de la partición espacial[33], esta forma de discretización se le conoce como la celda de Yee, la Fig. 3.1 muestra la celda de Yee para el caso 1D. Tomando aproximaciones con diferencias centrales y usando la celda

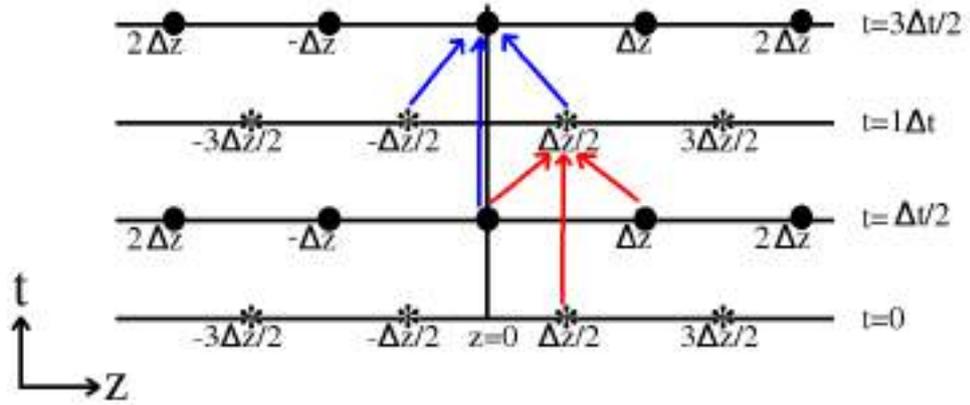


Figura 3.1: Celda de Yee para 1D. * $H_y[n\Delta t, (k + \frac{1}{2})\Delta z]$, ● $D_x[(n + \frac{1}{2})\Delta t, k\Delta z]$. La evolución temporal es hacia arriba y la propagación espacial es de izquierda a derecha o viceversa. El valor nuevo en el tiempo en un punto se calcula con el valor en dicho punto un paso temporal anterior y de los vecinos espaciales más cercanos.

de Yee de la Fig. 3.1, la segunda ecuación de (3.3) se redefine como:

$$\frac{E_x[(n + \frac{1}{2})\Delta t, k\Delta z] - E_x[(n + \frac{1}{2})\Delta t, (k + 1)\Delta z]}{\Delta z} = -\frac{1}{c} \frac{H_y[n\Delta t, (k + \frac{1}{2})\Delta z] - H_y[(n + 1)\Delta t, (k + \frac{1}{2})\Delta z]}{\Delta t}. \quad (3.5)$$

Ahora se despeja la componente de campo con el valor de t más adelantado, es decir

$H_y[t = (n + 1)\Delta t]$:

$$\begin{aligned}
H_y[(n + 1)\Delta t, (k + \frac{1}{2})\Delta z] = \\
H_y(n\Delta t, (k + \frac{1}{2})\Delta z) + \frac{\Delta t}{\Delta z} c \left\{ E_x[(n + \frac{1}{2})\Delta t, k\Delta z] - E_x[(n + \frac{1}{2})\Delta t, (k + 1)\Delta k] \right\}.
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Haciendo el mismo procedimiento de tomar aproximaciones con diferencias centrales usando la celda de Yee, la primera ecuación de (3.4) se redefine:

$$\begin{aligned}
\frac{H_y[n\Delta t, (k + \frac{1}{2})\Delta z] - H_y[n\Delta t, (k - \frac{1}{2})\Delta z]}{\Delta z} = \\
- \frac{1}{c} \frac{D_x[(n - \frac{1}{2})\Delta t, k\Delta k] - D_x[(n + \frac{1}{2})\Delta t, k\Delta z]}{\Delta t}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

y ahora despejando la componente de campo con el valor de t más adelantado, es decir $D_x[(n + \frac{1}{2})\Delta t, k\Delta z]$:

$$\begin{aligned}
D_x[(n + \frac{1}{2})\Delta t, k\Delta z] = \\
D_x[(n - \frac{1}{2})\Delta t, k\Delta z] + \frac{\Delta t}{\Delta z} c \left\{ H_y[n\Delta t, (k + \frac{1}{2})\Delta z] - H_y[n\Delta t, (k - \frac{1}{2})\Delta z] \right\}.
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Las ecuaciones (3.6) y (3.8) son la formulación del método DFDT para una simulación en 1D.

El nombre de formulación en 1D se refiere a que la propagación de los campos se da en una sola dirección, en este ejemplo en la dirección \hat{k} .

Es de notarse que en las ecuaciones (3.6) y (3.8) se calcula los valores de los campos nuevos en el tiempo a partir de los valores anteriores en el tiempo y de los vecinos más próximos en el espacio y tiempo, por ejemplo, si evaluamos la ecuación (3.6) con $n = 0$ y $k = \frac{1}{2}$ podemos obtener el nuevo valor del campo H_y en el siguiente paso temporal $n = 1$ en esa misma posición $k = \frac{1}{2}$; esta evolución temporal se muestra como las flechas rojas en la Fig. 3.1, y si evaluamos la ecuación (3.8) con $n = 1$ y $k = 0$ podemos obtener

el nuevo valor del campo D_x en el siguiente paso temporal $n = \frac{3}{2}$ en esa misma posición $k = 0$; esta evolución temporal se muestra como las flechas azules en la Fig. 3.1.

La evolución temporal que se define con las ecuaciones (3.6) y (3.8) y se muestra con las flechas en la Fig. 3.1 son el paradigma fundamental del método DFDT y que es, para nuestra formulación en 1D, de la siguiente manera:

Los nuevos valores en el tiempo del campo H_y se calculan de los valores previos de H_y y de los valores más recientes y cercanos de D_x , mientras que los nuevos valores en el tiempo del campo E_x se calculan de los valores previos de E_x y de los valores más recientes y cercanos de H_y , por lo que, la relación entre el campo \mathbf{E} y \mathbf{D} se analizará en la sección 3.3.1, cuando se presente la formulación para medios en el DFDT.

Por el momento, podemos decir que $\mathbf{E} = \mathbf{D}$ si la propagación de los campos se da solamente en el vacío, de esta manera las ecuaciones presentadas como formalismo en 1D para DFDT se vuelven recurrentes entre sí en el espacio y tiempo.

Por último, se acostumbra usar sólo los índices de las particiones espacial y temporal en las fórmulas recurrentes del DFDT; el índice temporal se pone como superíndice y el espacial como subíndice:

$$\begin{aligned}
H_{y_{k+\frac{1}{2}}}^{n+1} &= H_{y_{k+\frac{1}{2}}}^n + \frac{\Delta t}{\Delta z} c (E_{x_k}^{n+\frac{1}{2}} - E_{x_{k+1}}^{n+\frac{1}{2}}) \\
D_{x_k}^{n+\frac{1}{2}} &= D_{x_k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\Delta z} c (H_{y_{k+\frac{1}{2}}}^n - H_{y_{k-\frac{1}{2}}}^n) \\
E_{x_k}^{n+\frac{1}{2}} &= D_{x_k}^{n+\frac{1}{2}} \text{ (Solo para el vacío)}.
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Para el caso de DFDT en dos dimensiones, los rotacionales de las ecuaciones de Maxwell (3.3) se pueden simplificar considerando que $\mathbf{B} = \mathbf{H} = H_z \hat{k}$ y $\mathbf{D} = D_x \hat{i} + D_y \hat{j}$ si se desea desarrollar el formalismo para polarización TM, o bien, $\mathbf{D} = D_z \hat{k}$ y $\mathbf{B} = \mathbf{H} = H_x \hat{i} + H_y \hat{j}$ si se desea hacer para polarización TE.

Es importante señalar que en el caso 1D ambos campos \mathbf{H} y \mathbf{D} son perpendiculares

a la dirección de propagación, y en el caso de 2D debemos elegir que campo será perpendicular a la dirección de propagación definiendo al otro campo con componentes sobre el plano de simulación.

En el presente trabajo sólo usamos la formulación para polarización TM porque con ella pueden excitarse los plasmones de superficie.

Los rotacionales de las ecuaciones de Maxwell (3.3) se simplifican para polarización TM de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y}H_z\hat{i} - \frac{\partial}{\partial x}H_z\hat{j} &= \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(D_x\hat{i} + D_y\hat{j}) \\ \frac{\partial}{\partial x}E_y - \frac{\partial}{\partial y}E_x &= -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}H_z.\end{aligned}\tag{3.10}$$

La Fig. 3.2 muestra la celda de Yee para el DFDT en 2D para la polarización TM, en la cual el índice n es para indicar la evolución temporal y las letras i y j para la evolución espacial.

El campo H_z está definido temporalmente en múltiplos semi-enteros de n y espacialmente en múltiplos enteros de i y j , las componentes del campo \mathbf{D} , y \mathbf{E} , están definidos temporalmente en múltiplos enteros de n , D_x está definido espacialmente en múltiplos enteros de i y semi-enteros de j , y D_y está definido espacialmente en múltiplos semi enteros de i y enteros de j .

Al discretizar las ecuaciones (3.10) usando diferencias centrales y el intercalado espacial y temporal que se define en la celda de Yee de la Fig. 3.2, con una cuadrícula regular ($\Delta x = \Delta y = \Delta s$), podemos definir la formulación del DFDT en 2D para

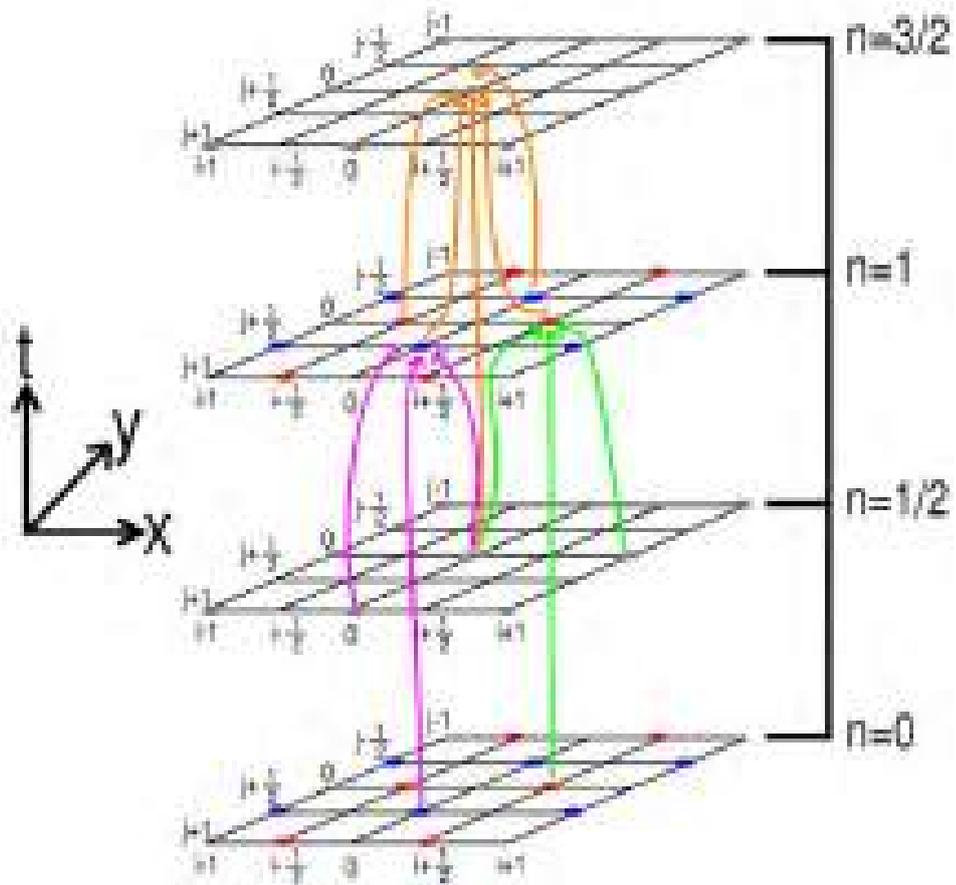


Figura 3.2: Celda de Yee para 2D en polarización TM. ● $H_{z_{i,j}}^{n+\frac{1}{2}}$, ● $D_{x_{i,j+\frac{1}{2}}}^n$ y ● $D_{y_{i+\frac{1}{2},j}}^n$. La evolución temporal es hacia arriba y la propagación espacial es sobre el plano xy . Nótese como los campos están intercalados en el espacio y tiempo, de forma que los nuevos valores en el tiempo se calculan de las componentes de campo más recientes en el tiempo y cercanas en el espacio.

polarización TM:

$$\begin{aligned}
H_{z_{i,j}}^{n+\frac{1}{2}} &= H_{z_{i,j}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\Delta s} c (E_{y_{i+\frac{1}{2},j}}^n - E_{y_{i-\frac{1}{2},j}}^n - E_{x_{i,j+\frac{1}{2}}}^n + E_{x_{i,j-\frac{1}{2}}}^n) \\
D_{x_{i,j+\frac{1}{2}}}^{n+1} &= D_{x_{i,j+\frac{1}{2}}}^n + \frac{\Delta t}{\Delta s} c (H_{z_{i,j+1}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z_{i,j}}^{n+\frac{1}{2}}) \\
D_{y_{i+\frac{1}{2},j}}^{n+1} &= D_{y_{i+\frac{1}{2},j}}^n + \frac{\Delta t}{\Delta s} c (H_{z_{i+1,j}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z_{i,j}}^{n+\frac{1}{2}}) \\
\left. \begin{aligned} E_{x_{i,j+\frac{1}{2}}}^{n+1} &= D_{x_{i,j+\frac{1}{2}}}^{n+1} \\ E_{y_{i+\frac{1}{2},j}}^{n+1} &= D_{y_{i+\frac{1}{2},j}}^{n+1} \end{aligned} \right\} \text{ Solo para el Vacío.}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

El conjunto de ecuaciones (3.11) definen las relaciones de recurrencia en el tiempo y espacio entre las componentes de los campos. La Fig. 3.3 muestra como las componentes de los campos dependen espacialmente de sus vecinos más próximos, por ejemplo, las flechas de color naranja señalan que H_z localizada en las posiciones enteras de la partición espacial depende de las componentes del campo \mathbf{E} que la rodea, pero que están definidas media partición temporal anterior, como se muestra en la Fig. 3.2.

Para el caso de DFDT en tres dimensiones los rotacionales de las ecuaciones de Maxwell (3.3) no se simplifican, es el caso más general. El formalismo de las ecuaciones para DFDT en 3D no involucra definir una polarización fija en la simulación ya que la relación de perpendicularidad entre los campos y la dirección de propagación no presenta restricción alguna en las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial y} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_y &= -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} B_x & \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y &= \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} D_x \\
\frac{\partial}{\partial z} E_x - \frac{\partial}{\partial x} E_z &= -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} B_y & \frac{\partial}{\partial z} H_x - \frac{\partial}{\partial x} H_z &= \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} D_y \\
\frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x &= -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} B_z & \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x &= \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} D_z
\end{aligned} \tag{3.12}$$

En esta tesis no se presentan resultados usando DFDT en 3D, así que no se desarrolla su formalismo, sin embargo, es posible extender todos los sistemas presentados en este trabajo a DFDT en 3D, como sería en el caso de usar luz sin polarizar como fuente de excitación.

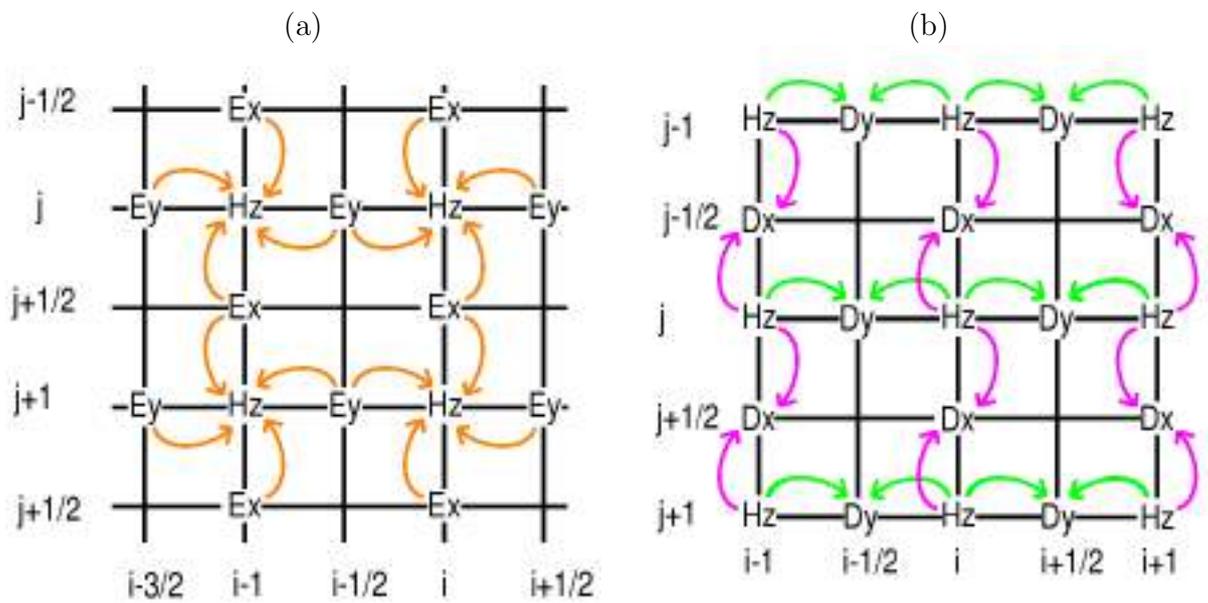


Figura 3.3: Actualización del campo \mathbf{H} y \mathbf{D} en la celda de Yee para 2D. (a) Muestra el intercalado espacial del campo H_z con sus vecinos más cercanos calculados media partición temporal antes. (b) Muestra en el siguiente medio paso temporal se calculan las componentes D_x y D_y de los campos H_z vecinos. Estas evoluciones temporales son las mismas que se indican con los mismos colores en la Fig. 3.2.

En resumen, el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (DFDT) hace una evaluación iterativa de los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} a través de la relación espacio-temporal que se define en la celda de Yee y los rotacionales de las ecuaciones de Maxwell. A diferencia de los métodos tradicionales para resolver las ecuaciones de Maxwell para una geometría dada, en DFDT no se necesitan expresar explícitamente las condiciones de frontera.

El paradigma del DFDT cambia la necesidad de tener condiciones de frontera por una definición geométrica de la posición y forma de los medios materiales en la simulación e intercambia las condiciones iniciales por expresiones matemáticas que se llaman fuentes, que dan valor punto a punto a los campos y a la vez definen la naturaleza de la evolución espacio-temporal. Por ello, en las siguientes secciones se definen más a detalle estos dos aspectos del DFDT.

3.2. Criterio de estabilidad para el DFDT

Para asegurar que la evaluación de las expresiones del DFDT reproduzcan el comportamiento físico de los campos, debemos asegurar que los campos no se propaguen más rápido que la velocidad de la luz por lo que los campos electromagnéticos deben viajar la distancia Δx en el tiempo

$$\Delta t \leq \Delta x/c \quad (3.13)$$

Cuando tenemos una simulación en 2D, debemos considerar la propagación en la dirección diagonal de la celda (ver Fig. 3.4), lo que nos establece que el tiempo mínimo para que el campo electromagnético se propague en una celda es

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c\sqrt{2}} \quad (3.14)$$

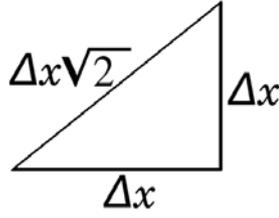


Figura 3.4: Distancia máxima para establecer el número de Courant en 2D.

En la implementación del DFDT que se desarrollo para este trabajo de tesis usamos la relación:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{2c} \quad (3.15)$$

que cumple para el criterio de estabilidad (3.13) y (3.14), para los campos electromagnéticos para 1D y 2D, que al sustituir (3.15) en las expresiones de recurrencia del DFDT (3.9) o (3.11) el término $\frac{\Delta t}{\Delta s}c$ se reduce a 0.5.

3.3. Algoritmo de evaluación del DFDT

Las expresiones del DFDT se evalúan en un esquema de marcha paso a paso en el tiempo, donde uno de los campos esta adelantado medio paso temporal con respecto al otro, esto se implementa haciendo un ciclo principal donde se hace variar el tiempo desde 0 hasta cierto tiempo posterior que se desea evolucionar el sistema a estudiar, primero se evalúa el campo que está ligeramente adelantado en el tiempo en todo el espacio, y a continuación se evalúa el campo restante; de esta manera, se mantiene la posición temporal relativa entre los campos.

A continuación se presenta el algoritmo para evaluar las expresiones del DFDT en 1D y 2D, ver algoritmo 4 y algoritmo 3 respectivamente.

Algoritmo 3 Algoritmo para evaluar DFDT en 2D.

- 1: Definición de parámetros (p.ej. $\omega_p, \pi, c, \lambda, T = \frac{2\pi}{\omega_{in}}$, etc)
- 2: Definición de dimensiones de la simulación
(p.ej. $0\lambda \leq x \leq 10\lambda$ y $0\lambda \leq y \leq 10\lambda$) \triangleright Define un cuadrado de $10\lambda \times 10\lambda$
- 3: Definición de la resolución de la simulación (p.ej. $dx = \lambda/10$)
- 4: Definición de la duración de la simulación (p.ej. $0 \leq t \leq 10T$)

Inicia el ciclo en el tiempo

- 5: **for** $n \leftarrow 0$ hasta $ndt \geq 10T$ **do**
Evaluamos el campo **H** en todo el espacio de simulación
- 6: **for** $i \leftarrow 0$ hasta $idx \geq 10\lambda$ **do**
- 7: **for** $j \leftarrow 0$ hasta $jdx \geq 10\lambda$ **do**
- 8: $H_{z_{i,j}}^{n+\frac{1}{2}} = H_{z_{i,j}}^{n-\frac{1}{2}} + 0.5(E_{y_{i+\frac{1}{2},j}}^n - E_{y_{i-\frac{1}{2},j}}^n - E_{x_{i,j+\frac{1}{2}}}^n + E_{x_{i,j-\frac{1}{2}}}^n)$
- 9: **end for**
- 10: **end for**

Evaluamos el campo **D** en todo el espacio de simulación

- 11: **for** $i \leftarrow 0$ hasta $idx \geq 10\lambda$ **do**
- 12: **for** $j \leftarrow 0$ hasta $jdx \geq 10\lambda$ **do**
- 13: $D_{x_{i,j+\frac{1}{2}}}^{n+1} = D_{x_{i,j+\frac{1}{2}}}^n + 0.5(H_{z_{i,j+1}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z_{i,j}}^{n+\frac{1}{2}})$
- 14: $D_{y_{i+\frac{1}{2},j}}^{n+1} = D_{x_{i+\frac{1}{2},j}}^n + 0.5(H_{z_{i+1,j}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z_{i,j}}^{n+\frac{1}{2}})$
- 15: **end for**
- 16: **end for**

Fin del ciclo temporal y de la simulación

- 17: **end for**
-

Algoritmo 4 Algoritmo para evaluar DFDT en 1D.

- 1: Definición de parámetros (p.ej. $\omega_p, \pi, c, \lambda, T = \frac{2\pi}{\omega_{in}}$, etc)
- 2: Definición de dimensiones de la simulación
(p.ej. $0\lambda \leq x \leq 10\lambda$) ▷ Define un una linea 10λ de largo.
- 3: Definción de la resolución de la simulación (p.ej. $dx = \lambda/10$)
- 4: Definición de la duración de la simulación (p.ej. $0 \leq t \leq 10T$)

Inicia el ciclo en el tiempo

- 5: **for** $n \leftarrow 0$ hasta $ndt \geq 10T$ **do**
Evalua el campo **H** en todo el espacio de simulación
- 6: **for** $i \leftarrow 0$ hasta $idx \geq 10\lambda$ **do**
- 7: $H_{y_{k+\frac{1}{2}}}^{n+1} = H_{y_{k+\frac{1}{2}}}^n + 0.5(E_{x_k}^{n+\frac{1}{2}} - E_{x_{k+1}}^{n+\frac{1}{2}})$
- 8: **end for**

Evalua el campo **D** en todo el espacio de simulación

- 9: **for** $i \leftarrow 0$ hasta $idx \geq 10\lambda$ **do**
- 10: $D_{x_k}^{n+\frac{1}{2}} = D_{x_k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\Delta z} c (H_{y_{k+\frac{1}{2}}}^n - H_{y_{k-\frac{1}{2}}}^n)$
- 11: **end for**

Fin del ciclo temporal y de la simulación

- 12: **end for**
-

3.3.1. Representación de medios materiales en el DFDT

Ya que los medios que se estudian en este trabajo son lineales e isotrópicos, la función respuesta que se necesitan representar en el formalismo del DFDT es la permitividad eléctrica. Esta se relaciona con los campos según la ecuación constitutiva

$$\mathbf{D}(\omega) = \epsilon(\omega)\mathbf{E}(\omega), \quad (3.16)$$

en donde $\epsilon(\omega)$ representa la permitividad que describe cómo un campo eléctrico afecta y es afectado por el medio. Obsérvese que esta ecuación está en el dominio de la frecuencia y para implementarla en DFDT es necesario calcular la correspondiente transformada de Fourier.

Según el teorema de convolución de la transformada de Fourier¹ la relación constitutiva (3.16) en el dominio del tiempo es:

$$\mathbf{D}(t) = \int_{-\infty}^t dt' \epsilon(t-t') \cdot \mathbf{E}(t') \quad (3.17)$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(t) &= \mathcal{TF}\{\mathbf{D}(\omega)\} \\ \epsilon(t) &= \mathcal{TF}\{\epsilon(\omega)\} \\ \mathbf{E}(t) &= \mathcal{TF}\{\mathbf{E}(\omega)\}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

La convolución temporal en (3.17) se debe a que la respuesta de la excitación del medio de un campo eléctrico no es instantánea o local en el tiempo y no se desvanece por algún tiempo después de que la fuente de excitación haya cesado, debido a que el tiempo es unidireccional. Por lo tanto, el límite superior de la integral temporal es t , en vez de ∞ .

¹ La transformada de un producto de funciones es la convolucion de las transformadas y viceversa.

En el caso más simple, $\epsilon(\omega) = \text{constante} \equiv \epsilon_d$, la relación entre \mathbf{D} y \mathbf{E} se convierte a una relación de proporcionalidad en el dominio del tiempo:

$$\mathbf{D}(t) = \epsilon_d \mathbf{E}(t). \quad (3.19)$$

Entonces, se modifica la tercera expresión de (3.9) para representar un medio con constante dieléctrica $\epsilon = \epsilon_d$:

$$E_{x_k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\epsilon_d} D_{x_k}^{n+\frac{1}{2}}. \quad (3.20)$$

En este trabajo usaremos la función dieléctrica de Dudre, la cual representa un metal ideal. En el caso más general la función dieléctrica contiene términos que representan las transiciones intrabanda e interbanda, como por ejemplo en los metales nobles oro y plata[35].

La posición y geometría del medio dieléctrico se define en función del subíndice k , para representar un espacio de simulación donde se define una película dieléctrica con $\epsilon = \eta$ y con un espesor de 3 píxeles, se debe asignar $\epsilon = 1$ en los valores de k que corresponden al vacío y $\epsilon = \epsilon_d$ para los valores de k que corresponden al medio dieléctrico. Ver Fig. 3.5.a.

En el DFDT se usan los índices enteros k para indicar la posición dentro de una matriz que representa la función dieléctrica discretizada en múltiplos enteros de la partición espacial Δ_z , esto se ejemplifica en la Fig. 3.5.b.

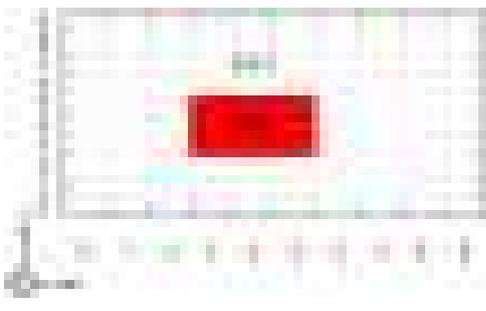
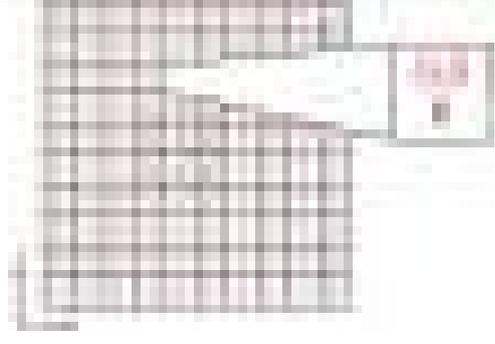
Como función del índice espacial	Esquema matricial
<p>(a)</p> 	<p>Esquema matricial</p> $\epsilon(k) = \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c } \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \epsilon_d & \epsilon_d & \epsilon_d & \epsilon_d & \epsilon_d & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$ <p style="text-align: center;">k= 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13</p>
Como función del índice espacial	Esquema matricial
<p>(b)</p> 	

Figura 3.5: Definición de un espacio de simulación con dos medios con constantes dieléctricas diferentes. (a) En 1D. El medio dieléctrico con $\epsilon = \epsilon_d$ esta definido en $6 \leq k \leq 10$. En DFDT esto significa que ϵ es un arreglo matricial con valor ϵ_d en la posición $k = 6, 7, 8, 9, 10$ y 1 en todas las demás posiciones del vector. (b) En 2D la región donde se define el dieléctrico se acota con dos índices espaciales i y j enteros. En DFDT se traduce como una matriz de dos dimensiones, donde los índices i y j especifican la posición dentro del arreglo que representa el valor de ϵ .

Para el caso específico donde se desea representar, dentro del DFDT, un medio dispersivo (metal) usando la función dieléctrica de Drude debemos realizar la integral

(3.17) con $\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega+i\gamma)} = 1 - \frac{\omega_p^2}{i\omega\gamma} + \frac{\omega_p^2}{i\gamma(\omega+i\gamma)}$, al sustituir en (3.17):

$$\mathbf{D}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[1 - \frac{\omega_p^2}{i\omega\gamma} + \frac{\omega_p^2}{i\gamma(\omega+i\gamma)} \right] \mathbf{E}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega,$$

$$\begin{array}{ccc} (I_1) & (I_2) & (I_3) \\ \mathbf{D}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega & - \frac{\omega_p^2}{\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{E}(\omega)}{i\omega} e^{-i\omega t} d\omega + & \frac{\omega_p^2}{i\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{E}(\omega)}{\omega+i\gamma} e^{-i\omega t} d\omega, \end{array} \quad (3.21)$$

Donde la primera integral es la definición de la transformada de Fourier del campo \mathbf{E} .

$$I_1 = \mathbf{E}(t), \quad (3.22)$$

para la segunda integral, I_2 , definiremos:

$$F = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{E}(\omega)}{i\omega} e^{-i\omega t} d\omega = -\frac{\gamma}{\omega_p^2} I_2. \quad (3.23)$$

Entonces al calcular $\frac{dF}{dt}$ nos queda:

$$\frac{dF}{dt} = - \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = -\mathbf{E}(t). \quad (3.24)$$

Integrando con respecto a t :

$$\frac{\gamma}{\omega_p^2} I_2 = \int_0^t \mathbf{E}(t') dt' \implies I_2 = \frac{\omega_p^2}{\gamma} \int_0^t \mathbf{E}(t') dt'. \quad (3.25)$$

Para la integral I_3 se define:

$$I_3 = \frac{\omega_p^2}{i\gamma} \mathcal{TF} \{G(\omega)\} \quad (3.26)$$

en donde

$$\begin{aligned} G(\omega) &= L(\omega) M(\omega) \\ L(\omega) &= \mathbf{E}(\omega) \\ M(\omega) &= \frac{1}{\omega+i\gamma} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Recordando que la transformada de Fourier del producto de dos funciones en el dominio de la frecuencia es la convolución de ambas en el dominio del tiempo:

$$\mathcal{TF} \{G(\omega)\} = l(t) \otimes m(t) \quad (3.28)$$

en donde

$$\begin{aligned}l(t) &= \mathcal{TF} \{L(\omega)\} \\m(t) &= \mathcal{TF} \{M(\omega)\}.\end{aligned}$$

Entonces la transformada de Fourier de $L(\omega)$, según (3.26) es:

$$l(t) = \mathbf{E}(t). \quad (3.29)$$

Por otro lado, para la transformada de Fourier de $M(\omega)$ definiremos una integral de contorno, haciendo:

$$\begin{aligned}z &= \omega, \\-z_0 &= i\gamma \\&\text{y} \\f(z) &= e^{-izt}\end{aligned} \quad (3.30)$$

de forma que

$$m(t) = \oint_C \frac{f(z)}{z - z_0} dz = \oint_C \frac{e^{-izt}}{z + i\gamma} dz \quad (3.31)$$

estando definido el contorno C en la Fig. 3.6.

Para hacer las integrales a lo largo de dicho contorno es necesario partir la integral (3.31) en dos integrales, una que esté definida a lo largo de la trayectoria C_1 y otra a lo largo de C_2 .

$$m(t) = \int_{C_1} \frac{e^{-izt}}{z + i\gamma} dz + \int_{C_2} \frac{e^{-izt}}{z + i\gamma} dz. \quad (3.32)$$

Para la trayectoria C_1 tenemos entonces que:

$$\begin{aligned}z &= re^{i\theta} \rightarrow z \\&\Rightarrow dz = dr.\end{aligned} \quad (3.33)$$

Y para la trayectoria C_2 :

$$\begin{aligned}z &= R_0 e^{i\theta} \\&\Rightarrow dz = iR_0 e^{i\theta} d\theta.\end{aligned} \quad (3.34)$$

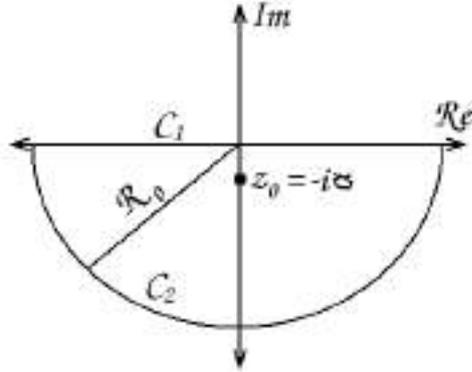


Figura 3.6: Contorno de integración de la integral (3.31)

Ahora sustituimos (3.33) y (3.34) en (3.32):

$$m(t) = \int_{R_0}^{-R_0} \frac{e^{-irt}}{r + i\gamma} dr + \int_{\pi}^{2\pi} \frac{e^{-iR_0te^{i\theta}}}{R_0e^{i\theta} + i\gamma} iR_0e^{i\theta} d\theta. \quad (3.35)$$

De la formula integral de Cauchy [36] debemos exigir que z_0 quede dentro del contorno $C = C_1 + C_2$

$$\frac{1}{2\pi} \oint_C \frac{f(z)}{z - z_0} dz = f(z_0). \quad (3.36)$$

Entonces al hacer tender a infinito el radio del contorno para asegurar que z_0 este dentro de el contorno C :

$$m(t) = \int_{\infty}^{-\infty} \frac{e^{-irt}}{r + i\gamma} dr + \lim_{R_0 \rightarrow \infty} \int_{\pi}^{2\pi} \frac{e^{-iR_0te^{i\theta}}}{R_0e^{i\theta} + i\gamma} iR_0e^{i\theta} d\theta, \quad (3.37)$$

donde la segunda integral tiende a cero cuando R_0 tiende a infinito porque $e^{-iR_0e^{i\theta}}$ decae muy rápido.

Finalmente aplicamos la fórmula (3.36) en (3.37) y nos queda que:

$$m(t) = \int_{\infty}^{-\infty} \frac{e^{-irt}}{r + i\gamma} dr = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-irt}}{r + i\gamma} dr = -2\pi i e^{-\gamma t}. \quad (3.38)$$

Sustituyendo (3.29) y (3.38) en (3.28) y después en (3.26), nos queda:

$$I_3 = -\frac{\omega_p^2}{\gamma} \int_0^t \mathbf{E}(t') e^{-\gamma(t-t')} dt'. \quad (3.39)$$

Y para concluir sustituimos (3.22), (3.25) y (3.39) en (3.21):

$$\mathbf{D}(t) = \mathbf{E}(t) + \frac{\omega_p^2}{\gamma} \int_0^t \mathbf{E}(t') dt' - \frac{\omega_p^2}{\gamma} \int_0^t \mathbf{E}(t') e^{-\gamma(t-t')} dt' \quad (3.40)$$

Convenientemente reescribimos las integrales, acorde al formalismo discreto del DFDT visto en la sección 3.1, como una sumatoria discreta:

$$D^n = E^n + \frac{\Delta t \omega_p^2}{\gamma} \sum_{i=0}^n E^i - \Delta t \frac{\omega_p^2}{\gamma} \sum_{i=0}^n E^i e^{-\gamma \Delta t (n-i)}. \quad (3.41)$$

Debido a que en la formulación del DFDT, ecuaciones (3.9) o en las ecuaciones (3.11), se calcula el campo \mathbf{E} para actualizar al campo \mathbf{D} en el tiempo n es necesario factorizar E^n :

$$\begin{aligned} D^n &= E^n + \frac{\Delta t \omega_p^2}{\gamma} E^n + \frac{\Delta t \omega_p^2}{\gamma} \sum_{i=0}^{n-1} E^i - \Delta t \frac{\omega_p^2}{\gamma} E^n - \Delta t \frac{\omega_p^2}{\gamma} \sum_{i=0}^{n-1} E^i e^{-\gamma \Delta t (n-i)}, \\ D^n &= E^n \left(1 + \frac{\Delta t \omega_p^2}{\gamma} - \Delta t \frac{\omega_p^2}{\gamma} \right) + \frac{\Delta t \omega_p^2}{\gamma} \sum_{i=0}^{n-1} E^i - \Delta t \frac{\omega_p^2}{\gamma} \sum_{i=0}^{n-1} E^i e^{-\gamma \Delta t (n-i)}, \end{aligned} \quad (3.42)$$

entonces el valor más actual del campo \mathbf{E} es:

$$E^n = D^n - \frac{\Delta t \omega_p^2}{\gamma} \sum_{i=0}^{n-1} E^i + \Delta t \frac{\omega_p^2}{\gamma} e^{-\gamma \Delta t n} \sum_{i=0}^{n-1} E^i e^{-\gamma \Delta t i}. \quad (3.43)$$

Esta última ecuación ha sido usada en trabajos previos para representar material Drude en el DFDT[37]. Para implementar la ecuación (3.43) en un programa de DFDT se tiene que considerar que en las sumatorias de (3.43) solo es importante el último valor calculado, es decir, el valor acumulado al tiempo actual, de esta manera, las sumatorias se sustituyen con variables acumuladoras I para la primera sumatoria y S para la segunda.

En el algoritmo 5 se ejemplifica la implementación de esta expresión, el valor de la variable gb en la línea 4 es dependiente de la posición de manera análoga como lo es $\epsilon = \text{constante}$, ver la Fig. 3.5.

Algoritmo 5 Algoritmo para actualizar el valor de E^n en DFDT.

- 1: $n = 0, E = 0, D = 0$ ▷ Inicia la simulación en $t=0$ y los campos nulos
 $I = 0, S = 0$ ▷ Inicializa integrales en cero
 - 2: **while** $n < N$ **do** ▷ La evolución temporal termina en $n=N$
 - 3: $H^n \leftarrow H^{n-1} + E^{n-\frac{1}{2}}$ ▷ Actualiza los campo según la ecuación (3.9) o (3.11)
 $D^{n+\frac{1}{2}} \leftarrow D^{n+\frac{1}{2}} + H^{n-1}$
 - 4: $E^n \leftarrow D^n - I + e^{-\gamma\Delta t} S$ ▷ Actualiza el campo \mathbf{E} según la ecuacion (3.43)
 $I \leftarrow I + gbE^n$ ▷ $gb = 0$ si el medio es vacío y $gb = 2\pi\Delta t \frac{\omega_p^2}{\gamma}$ si el medio es metal
 $S \leftarrow S - gbE^n$
 - 5: **end while** ▷ Fin de la evolución temporal
-

En resumen, el problema de definir un medio material, se traduce a un problema de definición de cuadrícula, o bien, de discretización de la geometría de los medios, donde es necesario inicializar los parametros correspondiente al material, gb para el caso de material tipo Drude, o bien, ϵ_d para el caso de un diélectrico simple.

3.3.2. Representación de fuentes en el DFDT

Una fuente en la formulación del DFDT libre de cargas y corrientes es la condición de inicio para la evolución de los campos a través de los medios materiales dispuestos en el espacio de simulación.

Es una perturbación electromagnética que inicia en cierto tiempo dado y se localiza en cierta región espacial. Tienen una forma matemática con dependencia temporal que asignan un valor fijo(fuente dura) o valor acumulativo (fuente suave) en cierto rango espacial.

Una de las definiciones de fuente en el DFDT más usadas y sencillas es la fuente sinusoidal. Acontinuación se presenta un ejemplo para hacer notar el papel que juegan la formulación de las fuentes dentro del DFDT. Supongase que se define una problema en 1D con $\vec{H} = H_y \hat{j}$ y $\vec{E} = E_x \hat{i}$ dentro de un espacio desde $-2\lambda \leq z \leq 2\lambda$, donde $\lambda = 623nm$ y por el momento todo el espacio es vacío, para definir una fuente sinusoidal

a la mitad del espacio de simulación se asigna un valor al campo en un punto fijo como:

$$H_y(x = 0) = \sin(\omega t) \quad (3.44)$$

donde ω es la frecuencia en rad/s a la que oscila el campo en el punto fijo $z = 0$ y corresponde a la relación de dispersión de la luz en el vacío

$$\omega = kc = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)c \quad (3.45)$$

y el periodo de oscilación es $T = \frac{2\pi}{\omega}$, usando estos parámetros en el algoritmo 4 obtenemos la evolución del campo H_y que se ve en la Fig. 3.7.

En las Figuras 3.7.a, 3.7.b, 3.7.c y 3.7.d se muestra el campo $H_y(x, t)$ en todo el espacio de simulación a un determinado tiempo (o paso temporal).

Al tiempo $t = 0.25T$ la fuente sinusoidal (3.44) es máxima, se asigna el valor de uno al campo magnético, $H_z = 1$, en la posición $z = 0$.

Al tiempo $t = 0.5T$ la fuente sinusoidal (3.44) es cero, se asigna el valor de cero al campo magnético, $H_z = 0$, en la posición $z = 0$. Sin embargo el campo magnético no es cero en todo el espacio de simulación, ya que el campo se propaga en ambas direcciones desde el origen de la fuente.

La propagación del campo en el espacio de simulación dentro del DFDT se debe al intercalado en el espacio y el tiempo de los campos \vec{E} y \vec{H} , como se define usando la celda de Yee en la Fig. 3.1.

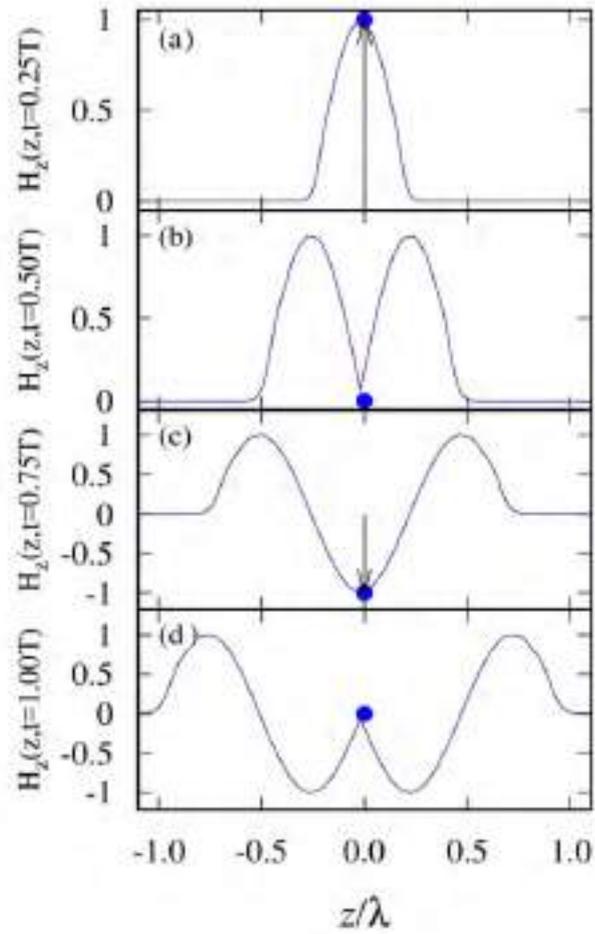


Figura 3.7: Evolución del campo H_y en 1D usando una fuente sinusoidal localizada en $z = 0$. Al tiempo (a) $t = 0.25T$. (b) $t = 0.5T$. (c) $t = 0.75T$. (d) $t = T$.

3.4. Excitación selectiva del plasmón de superficie usando DFDT.

La fuente de excitación de plasmones o fuente evanescente que elegimos en el método de simulación DFDT es de la forma:

$$f(t, x) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-t_0}{\sigma_t}\right)^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_0}{\sigma_x}\right)^2} \sin(\mathcal{R}e\{k_{\parallel}\}x - \omega t), \quad (3.46)$$

en donde t es la variable temporal, σ_t representa el ancho del perfil temporal (desviación estandar), t_0 el valor de t donde el perfil temporal es máximo, x es la variable espacial, x_0 el valor de t donde el perfil espacial es máximo, σ_x representa el ancho del perfil espacial (desviación estandar), ω es la frecuencia central de la fuente y k_{\parallel} es el valor central del vector de onda de la fuente. Para asegurar la excitación del PS se escoge el par (ω, k_{\parallel}) que corresponda a la relación de dispersión del PS. Se elige $\omega = 0.5\omega_p$, y al sustituir este valor en la relación de dispersión del PS (1.2) resulta que $k_{\parallel} = 1.22k_0$ donde $k_0 = \omega/c$. La fuente (3.46) se define a lo largo de una línea paralela a la superficie y a una distancia perpendicular de ésta de $0.1\lambda_0$, como se muestra en la figura 3.8.

El sistema a simular es una placa metálica (conductor tipo Drude) de ancho y largo fijos, de dimensiones tales que al excitar plasmones de superficie no exista interacción entre las interfaces paralelas, generando una distribución pulsada de campo evanescente con k_{\parallel} de modo que el plasmón creado se propague hacia la derecha. La fuente se localiza en la cercanía de la interfaz y a una distancia razonable de la esquina izquierda para evitar la interacción del campo con la esquina, el sistema se muestra en la Fig. 3.8.

La simulación se realiza con polarización TM, es decir $\vec{E} = E_x\hat{i} + E_y\hat{j}$ y $\vec{H} = H_z\hat{k}$. Al evolucionar el sistema temporalmente se aprecia cómo se excitan ondas superficiales en la interfaz metal-dieléctrico, así mismo se observa que la distribución de campo excitada

Parte de este contenido fue publicado en AIP Advances 6, 045316 (2016); doi: 10.1063/1.4948465.

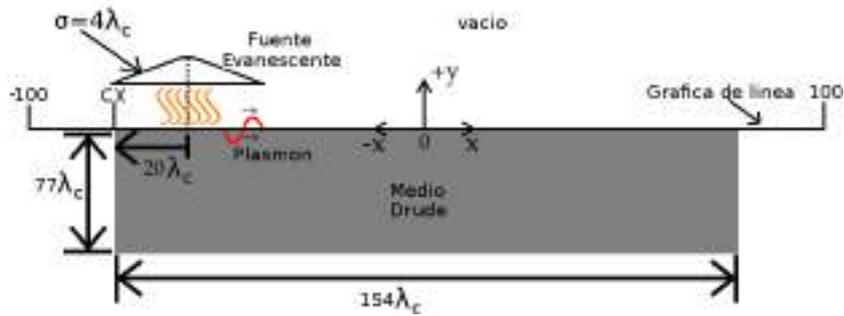


Figura 3.8: Geometría de excitación selectiva en DFDT.

en la interfaz se va atenuando al propagarse a lo largo de la interfaz y a lo lejos de ella presenta un perfil exponencial, ver Fig. 3.9.

Se coloca la fuente evanescente paralela a la barra del metal a una distancia de $\lambda/10$, se deja evolucionar hasta $t = 2t_0$, a continuación se muestra la amplitud del campo $H_z(t)$ de la fuente y en la interfaz vacío-metal a los tiempo (a) $t = 0.5t_0$, (b) $t = 1.25t_0$ y (c) $t = 2t_0$.

- (a) La fuente se enciende, se observa principalmente el campo evanescente de la fuente, se aprecia que el campo de la fuente es simétrico y también se ve como se empieza a formar la resonancia sobre la interfaz del metal.
- (b) la fuente se empieza a apagar, se observa como el campo de la fuente se transfiere a la interfaz y queda confinado, también se aprecia campo remanente en el vacío que no se acopla a la resonancia y que es notablemente de mayor longitud de onda.
- (c) La fuente esta apagada, se observa como el campo en la interfaz no decae igual hacia ambos lados de la interfaz.

En la Fig. 3.10 se muestra el campo H_z a lo largo de la interfaz al tiempo $t = 4t_0$ y para diferentes tamaños de partición.

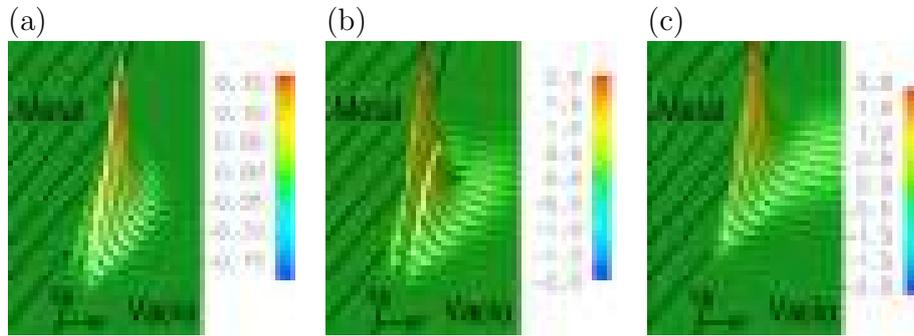


Figura 3.9: Secuencia temporal del campo H_z . (a) $t = 0.5t_0$. (b) $t = 1.25t_0$. (c) $t = 2t_0$.

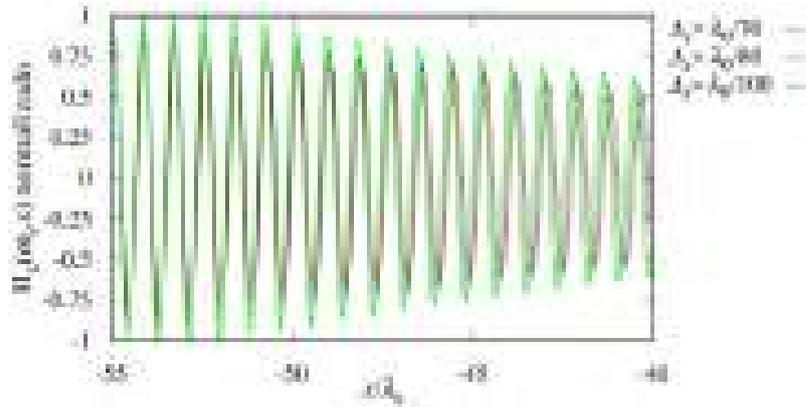


Figura 3.10: Campo a lo largo de la interfaz al tiempo $t = 4t_0$.

Se ve claramente que la excitación en la interfaz depende del tamaño de partición, para tener una medición clara de la longitud de onda sobre la interfaz se calcula su transformada de Fourier discreta espacial, esto nos da como resultado los espectros que corresponde al campo excitado en la superficie, los cuales se muestran en la Fig. 3.11.

En la Fig. 3.11 se observa que la longitud de onda sobre la interfaz tiende al valor exacto numérico de la relación de dispersión (1.2) $k_{\parallel} = 1.22k_0$ a medida que se hace más pequeño el tamaño de la partición en el DFDT.

El valor más cercano de k_{\parallel} sobre la interfaz que se reporta en la Fig. 3.11, con tamaño de partición $\Delta x = \lambda/100$, es $k_{\parallel} = 1.19$, se puede asegurar una excitación del

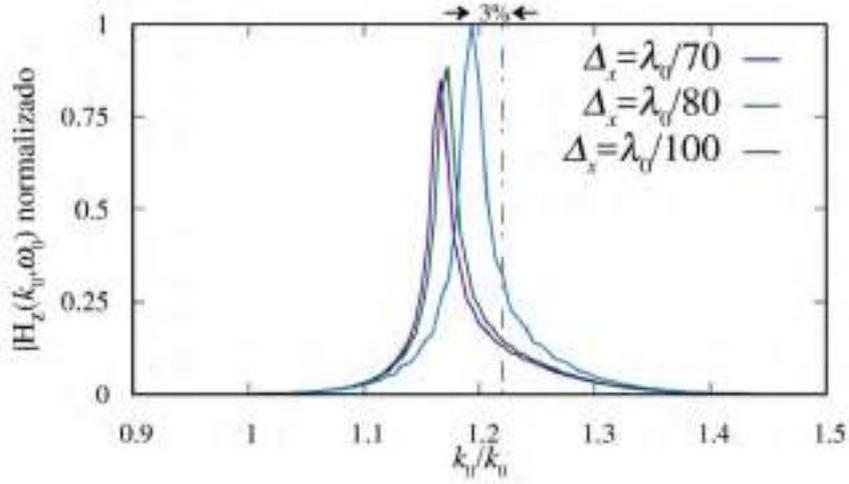


Figura 3.11: Espectro en $k_{||}$ de las distribuciones de campo de la Fig. 3.10 con 4 diferentes tamaños de partición espacial Δx .

plamón de superficie con un error del 3 %.

Otra característica importante de los campos electromagnéticos asociados a los plasmones de superficie es su decaimiento a lo largo y lejos de la interfaz metal-dieléctrico, dicho decaimiento tiene un comportamiento exponencial de la forma

$$f(x) = e^{-|\text{Im}k_{\{\parallel, \perp\}}|x}. \quad (3.47)$$

Para el caso del decaimiento a lo largo de la interfaz de la simulación aquí presentada, el valor de la parte imaginaria de la componente paralela del vector de onda se obtiene al evaluar numéricamente (1.2) y es de $0.008k_0$, para el decaimiento a lo lejos de la interfaz es necesario calcular la componente perpendicular del vector de onda, para el metal y para el dieléctrico.

$$k_1^\perp = \sqrt{k_0^2 \epsilon_d - k_{||}^2} \quad ; \quad k_2^\perp = \sqrt{k_0^2 \epsilon(\omega) - k_{||}^2} \quad (3.48)$$

Donde k_1^\perp corresponde al medio dieléctrico y k_2^\perp al medio metálico. Al evaluar numéricamente (3.48) se obtienen los valores de $k_1^\perp = 0 + i0.707k_0$ y $k_2^\perp = 0.018 + i2.12k_0$,

en la Fig. 3.12 se muestra el perfil de decaimiento de los campos calculado con estos parámetros y el campo calculado con el método numérico DFDT, se puede observar que estos perfiles de campo no coinciden de manera exacta, como ya se había observado en la Fig. 3.11, el campo obtenido numéricamente converge al valor exacto cuando el tamaño de la partición usada en el DFDT tiende a cero. En los resultados presentados en esta sección se utilizó un tamaño de partición de $\lambda/100$, con los que pudimos obtener una desviación mínima del 3% del valor exacto al numérico de la simulación.

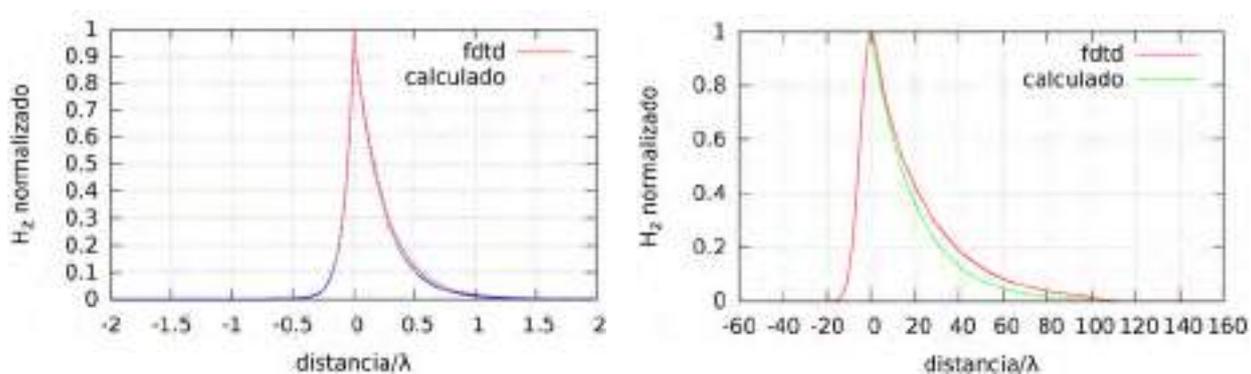


Figura 3.12: Decaimiento del campo H_z (a) a lo lejos y (b) a lo largo de la interfaz.

3.5. Excitación de plasmón de superficie usando una fuente puntual dentro del DFDT.

Ahora consideraremos una fuente puntual en DFDT con la forma:

$$f(t) = \sin(\omega t) e^{-\frac{1}{2}(\frac{t-t_0}{\sigma_t})^2}, \quad (3.49)$$

donde $\sigma_t = 6T$, $\omega = 0.5\omega_p$, la fuente es iniciada al tiempo $t = 0$; el pulso alcanza su amplitud máxima al tiempo $t = t_0$. Al posicionar la fuente a una distancia $b = 0.1\lambda$ desde su centro a la interfaz encontramos los efectos que se aprecian en la Fig. 3.13. Al tiempo $t = 0$ el pulso inicia su interacción con la carga de superficie metálica.

La Fig. 3.13.a muestra que a este tiempo el perfil circular de la fuente en el vacío parece deformarse justo en la interfaz, la longitud de onda sobre la superficie cambia.

Este fenómeno se aprecia mejor en la Fig. 3.13.b para $t = t_0$ donde se ven dos excitaciones de superficie con la misma longitud de onda, que se propagan en direcciones opuestas.

Finalmente, al tiempo $t = 4t_0$ la emisión de la fuente ha cesado, pero se mantienen las oscilaciones del campo sobre la superficie, ver Fig. 3.13.c.

En la Fig. 3.13.d se observa que la intensidad de campo en la superficie metálica es más intenso que la intensidad del campo emitida por la fuente, en consecuencia observamos una resonancia de superficie; para asegurar que estas oscilaciones corresponden a un plasmón de superficie, se presentan a continuación algunas características cuantitativas:

La fuente emite campo a una longitud de onda de $\lambda = 2\lambda_p$ y la distancia entre los picos consecutivos de la excitación de superficie en la simulación es de $1.68\lambda_p$.

Según la relación de dispersión (1.2) el vector de onda del plasmón de superficie a la frecuencia $\omega = 0.5\omega_p$ es de $k_{sp} = 1.21k_0$ y su correspondiente longitud de onda es de

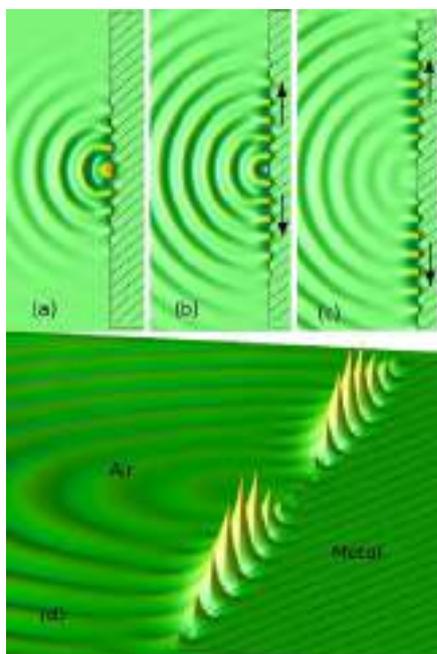


Figura 3.13: Excitación de plasmón de superficie usando una fuente puntual en FDTD. (a) Activación de la fuente, (b) la fuente al tiempo donde su amplitud es máxima, (c) la fuente se apaga, (d) vista panorámica de la excitación del plasmón de superficie.

$$\lambda_{sp} = 1.64\lambda_p.$$

Es así que podemos decir que existe un error del orden de 4% entre el valor teórico exacto de la longitud de onda y la longitud de onda de la excitación de superficie que se reporta en la Fig. 3.13, la razón de este error es que en realidad la fuente excita un conjunto de onda de diferentes frecuencias que corresponden a la distribución Gaussiana del espectro en frecuencias con desviación estandar $\sigma_\omega = 1/\sigma_t = \omega_p/(24\pi)$. Así que lo que excitamos es un conjunto de plasmones de superficie.

Al mejorar la precisión en la excitación, podemos ampliar el perfil temporal del pulso de la fuente (3.49) para disminuir la desviación σ_ω , alcanzándose hasta una precisión de un 2% de error.

3.6. Conclusiones

El formalismo de método de diferencias finitas en el dominio del tiempo que se desarrolló para el presente trabajo de tesis es capaz de simular cualquier geometría que involucre medios dieléctricos no dispersivos, medios metálicos (materiales Drude), pero sólo nos enfocamos en el problema de interfaces plana.

Se desarrollaron los programas en lenguaje Fortran para implementar los algoritmos del DFDT presentados en este capítulo. Uno de los logros importantes al realizar dicha implementación es la de poder simular de manera selectiva plasmones de superficie sobre interfaces planas. Para llevar a cabo esto se eligen los valores de ω y k_{\parallel} , de la relación de dispersión del plasmón que se desea simular, como se presentó en la sección 3.4. Evitando así tener que usar alguna estructura adicional para generar el PS, dejando los campos resultantes libre de interferencias no deseadas.

Se demostró en este capítulo que los campos que resultan usando el DFDT convergen, al hacer cada vez más pequeño el tamaño de la partición espacial, a las soluciones

analíticas que se obtienen al resolver las ecuaciones de Maxwell. En particular se encontró que se logró determinar el plasmón excitado con una exactitud de hasta el 93 % para un tamaño de partición de $\lambda/100$, comparado con la relación de dispersión evaluada numéricamente del capítulo 1.

Capítulo 4

Difracción del plasmón de superficie en el borde de una placa metálica.

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos al hacer incidir un plasmón de superficie en una terminación de una superficie metálica. Se demuestra numéricamente que el plasmón de superficie se difracta hacia el vacío con una dirección preferente hacia adelante; también se presentan evidencias de que dicho campo difractado tiene una distribución espacial altamente inhomogénea en la vecindad de la esquina que lo produce.

4.1. Descripción de la simulación.

En la Fig. 4.1 se presenta la geometría de la simulación que se utilizó para analizar la difracción del campo que se produce cuando un plasmón de superficie llega a la terminación de una interfaz vacío-metal.

Para la excitación del plasmón sobre la interfaz se usa la formulación de la fuente evanescente que se presentó en la sección 3.3.2 y las mismas consideraciones de la sección 3.4 para excitar de forma selectiva al PS. El procedimiento de análisis lo hacemos en tres etapas:

1. Excitar el PS en la vecindad de la esquina,
2. Dejar evolucionar el sistema hasta que la interacción PS-esquina haya cesado y
3. Caracterizar los campos resultantes del DFDT mediante análisis de sus espectros de Fourier.

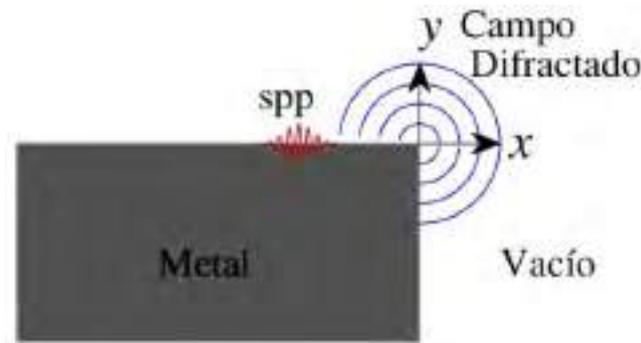


Figura 4.1: Geometría para analizar la difracción de un plasmón de superficie al llegar a la terminación de una interfaz vacío-metal.

rial activo de la interfaz se representa con la función dieléctrica de Drude con la frecuencia de colisiones $\gamma = \omega_p/100$, la frecuencia central de la fuente se escoge como $\omega_0 = 0.5\omega_p$, la fuente de excitación se ubica centrada en $(x_0 = -5\sigma_x, b = 0.1\lambda)$, con

$\sigma_x = 2\lambda = 2\frac{2\pi c}{\omega_0}$, ver Fig. 4.2.a, con esto se asegura que la fuente no interactúe con la esquina C_1 , donde el plasmón va a incidir.

En la Fig. 4.2.b se muestra el perfil espacial de la fuente en dirección de la esquina, dado que el perfil es Gaussiano, la amplitud del campo decae hasta 0.01 a la distancia de $x = -3\sigma_x$.

En la Fig. 4.2.c se ve como el perfil de la fuente es prácticamente cero en $x = -2\sigma_x$, dejando un espacio aproximado de 4λ para que el plasmón excitado se propague libremente en dirección de la esquina.

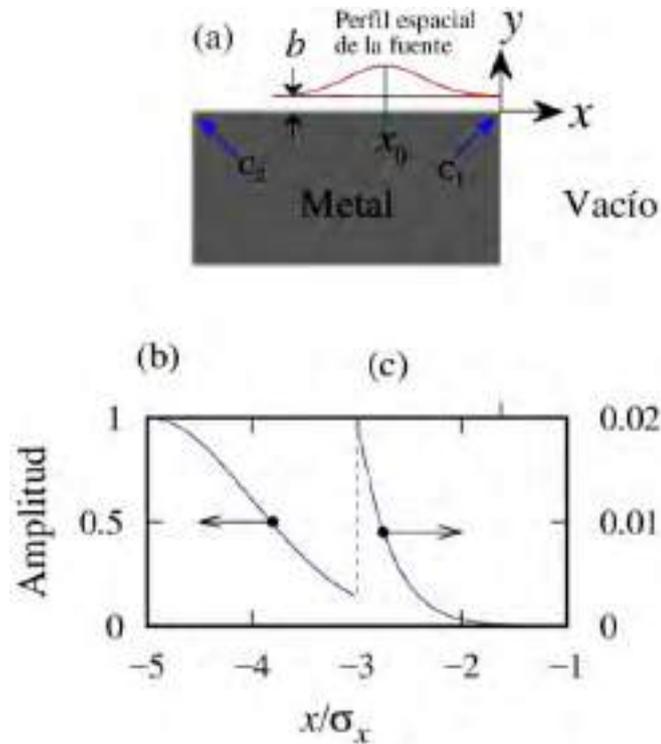


Figura 4.2: Ubicación de la fuente de excitación. (a) Ubicación de la fuente de excitación con respecto a la interfaz y sus terminaciones. (b) Perfil espacial de la fuente de excitación desde valor máximo, en $x = -5\sigma_x$, hasta $x = -3\sigma_x$ y (c) desde $x = -3\sigma_x$, hasta $x = -1\sigma_x$.

El sistema se deja evolucionar el tiempo suficiente para que la interacción PS-esquina

haya cesado. Primero el sistema evoluciona temporalmente hasta que el PS se propaga desde $x = x_0$ hasta la esquina C_1 . La evolución temporal se detiene cuando el campo alrededor de la esquina C_1 decae en su intensidad hasta prácticamente cero. La simulación se lleva a cabo usando el algoritmo 3, que se presentó en la sección 3.3. En la Fig. 4.3 se presentan 3 muestras en el tiempo del campo $H_z(x, y, t)$ resultante, tales y como se señalan a continuación: La Fig. (a) es al tiempo tal que el plasmón de superficie esta totalmente formado en la interfaz. La Fig. (b) es al tiempo cuando el plasmón alcanza la esquina C_1 . La Fig. (c) es al tiempo cuando se produce campo que se propaga hacia el vacío debido a la difracción del PS.

Para calcular los tiempos empleados en la simulación se estima la velocidad de grupo del plasmón de superficie con la siguiente expresión:

$$v_{sp} \sim \frac{\omega^+ - \omega^-}{k_x^+ - k_x^-} = 0.489c, \quad (4.1)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío, $\omega^+ = \omega_0 + \frac{\omega_p}{100}$, $\omega^- = \omega_0 - \frac{\omega_p}{100}$ y k_x^- y k_x^+ se calculan al evaluar la relación de dispersión (1.2) como $k_x(\omega^+)$ y $k_x(\omega^-)$ respectivamente.

El tiempo aproximado que tarda el PS en propagarse hasta la esquina es

$$t_{sp} = \frac{x_c - x_0}{v_{sp}}, \quad (4.2)$$

donde $x_0 = -10\lambda$ y $x_c = 0$, y el tiempo total de la simulación que se utilizó fue de $t_{total} = 2t_{sp}$.

La Fig. 4.4 muestra la magnitud del campo $H_z(\omega, x, y)$ alrededor de la esquina donde se hizo incidir el plasmón de superficie, para determinar este mapa se calculó la transformada de Fourier en la frecuencia ω_0 punto a punto dentro del espacio de simulación. Con el fin de priorizar la visualización del campo difractado hacia el vacío la magnitud del campo se normalizó al valor del campo en el vacío en la posición $x = \lambda$, $y = 0$.

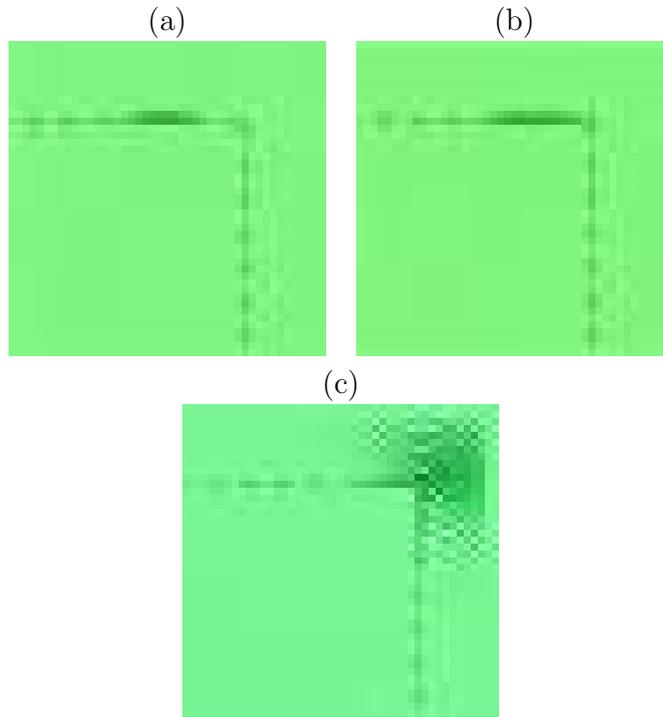


Figura 4.3: Evolución temporal en 2D de un PS incidiendo en la terminación de la interfaz. (a) Spp excitado sobre la interfaz, (b) PS incidiendo en la esquina, (c) se produce campo propagante hacia el vacío debido a la difracción del PS.

En la región $x < 0, y = 0$ se observa que una parte del plasmón de superficie se refleja sobre la interfaz, de igual manera se puede apreciar franjas oscuras u oscilaciones, que pueden verse presentes en la magnitud de la transformada de Fourier, las cuales son evidencia de la formación de nodos espaciales.

En la región $x = 0, y < 0$ se observa que existe un plasmón de superficie que se propaga por la interfaz contigua que forma la esquina, comprobándose que la intensidad del campo está muy localizada en la superficie.

Las franjas negras en la región $x \sim 0, y < 0$ son evidencia de interferencia del plasmón de la interfaz vertical con el campo difractado, estos patrones de interferencia son de mayor tamaño comparados con los patrones de interferencia que hay entre

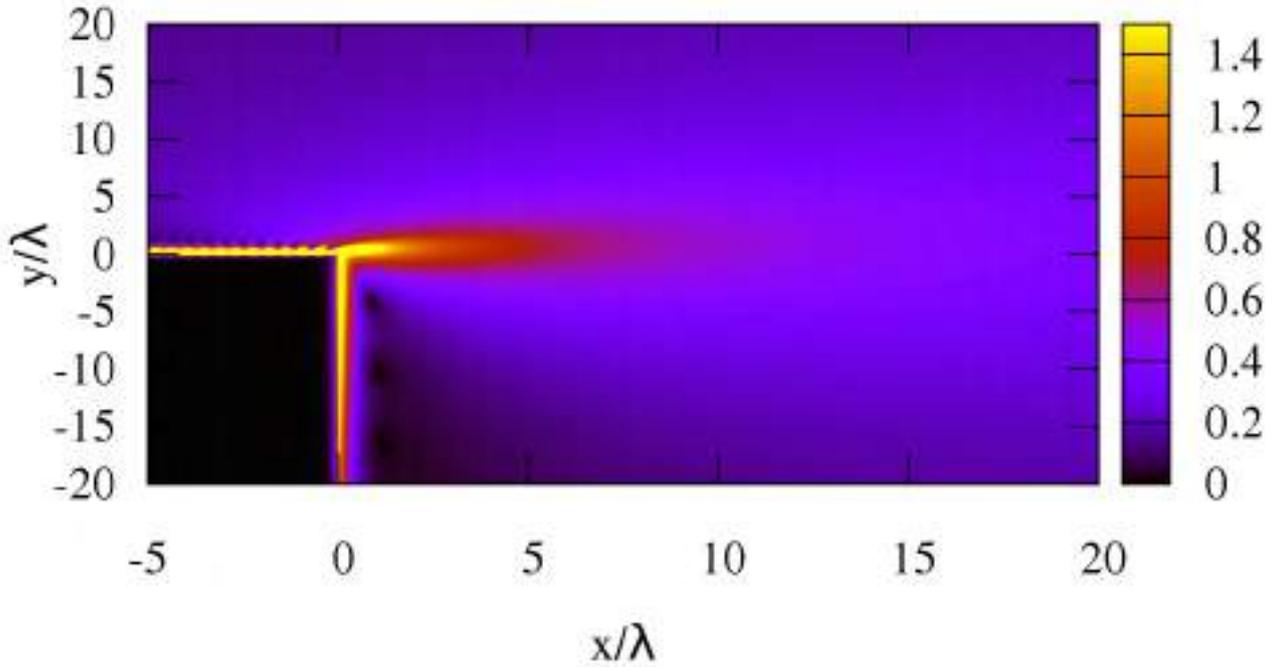


Figura 4.4: Mapa de magnitud del campo $H_z(\omega_0, \vec{x})$ que se difracta desde la esquina al hacer incidir un plasmón de superficie en ella. El campo está normalizado a la magnitud del campo en $x = \lambda$, $y = 0$.

plasmón-plasmón, en el siguiente capítulo se realiza un análisis más detallado de estos patrones de interferencia en particular.

4.2. Análisis de la magnitud del campo a lo largo de la superficie.

En esta sección se usará la transformada de Fourier en ω_0 del campo a lo largo de la línea $y = 0$ para “almacenar” la evolución temporal del campo sobre la interfaz vacío-metal y el campo difractado desde la esquina hacia el vacío. La superficie del metal está definida para $x < 0$ y el vacío para $x > 0$.

Al realizar la transformada numérica de Fourier,

$$H_z(x, \omega_0) = \sum_n^N H_z(x, y = 0, ndt) [\cos(\omega_0 ndt) + i \sin(\omega_0 ndt)] \quad (4.3)$$

donde n es el índice de paso temporal del DFDT y N es el número de pasos temporales totales de la simulación, se obtienen las distribuciones espaciales del campo que se muestran en la Fig. 4.5.

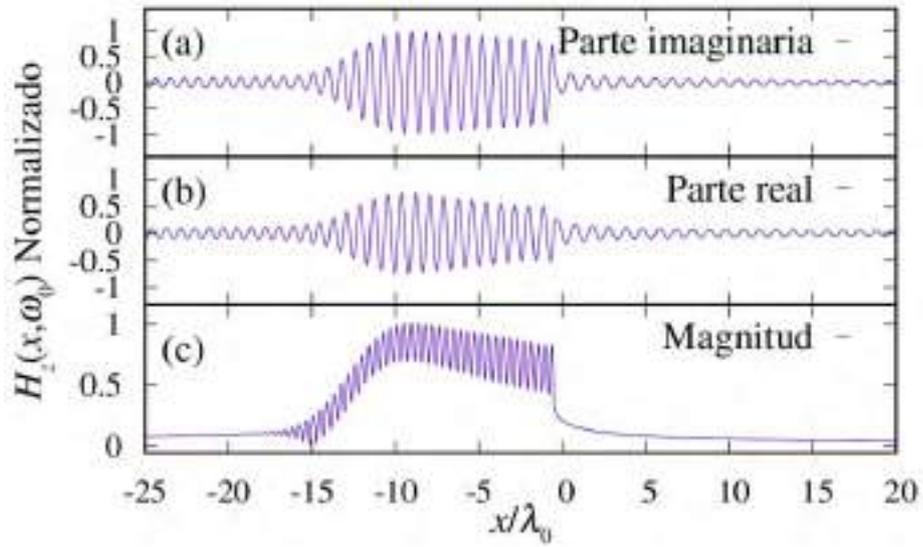


Figura 4.5: Campo $H_z(x, y = 0, \omega_0)$ normalizado al máximo sobre la interfaz. (a) Parte imaginaria del campo, (b) parte real del campo y (c) magnitud del campo.

La información que podemos tener al observar la parte real y la parte imaginaria de las Fig.s 4.5.a y 4.5.b es la longitud de onda del campo. En la región $-10\lambda_0 < x < -5\lambda_0$ hay 6 períodos de oscilación del campo, por lo que la longitud de onda del campo en esta región es de $5/6 = 0.83\lambda_0$ y corresponde a la longitud de onda del plasmón de superficie. Y en la región $0 < x < 5\lambda_0$ hay 5 períodos de oscilación del campo, así que la longitud de onda en esta región es exactamente igual a λ_0 .

Las oscilaciones en la magnitud del campo sobre la superficie del metal tiene el doble de oscilaciones que en la que presenta en su parte real o imaginaria. Esto se debe

a que dichas oscilaciones son los nodos espaciales que se forman por la interferencia del campo sobre la superficie debido al PS que incide en la esquina y el que se refleja de ella. Para $x > 0$ y $x < -17\lambda_0$ no hay oscilaciones en la magnitud porque sólo hay campo que se propaga hacia el vacío, lejos de la esquina del metal, y PS que se aleja sobre la superficie alejándose en sentido contrario al PS original, respectivamente. En la siguiente sección se demuestra que el campo para $x > 0$ decae como $\propto 1/\sqrt{x}$, es decir como la fuente cilíndrica.

4.3. Análisis de la componente paralela a la superficie del vector de onda del campo difractado.

Con la finalidad de analizar sólo el campo difractado desde la esquina en la dirección paralela a la interfaz, truncaremos los datos del campo de la Fig. 4.5. El resultado de esto se ven en la Fig. 4.6.a, donde la línea continua es la parte real del campo y la discontinua es la magnitud del mismo.

Para realizar un análisis de las componentes de onda del campo difractado en la dirección paralela a la interfaz, se calcula la transformada de Fourier en k_x del campo que se muestra en la Fig. 4.6.a, esto dá como resultado el campo $H_z(k_x, \omega_0)$ que se muestra en la Fig. 4.6.b.

A simple vista se observa en la Fig. 4.6.a que el campo difractado desde la esquina hacia el vacío tiene una distribución espacial muy parecida a la que se presentó en la sección 2.3, donde se analizó la reflexión de una fuente muy localizada en la vecindad de una interfaz vacío-metal, ver Fig. 2.4.a. Sin embargo ambas distribuciones de campo son de naturaleza muy diferente; tal como se puede apreciar: La Fig. 2.4.a presenta la proyección del campo sobre la interfaz vacío metal, y la Fig. 4.6.a es el resultado de la

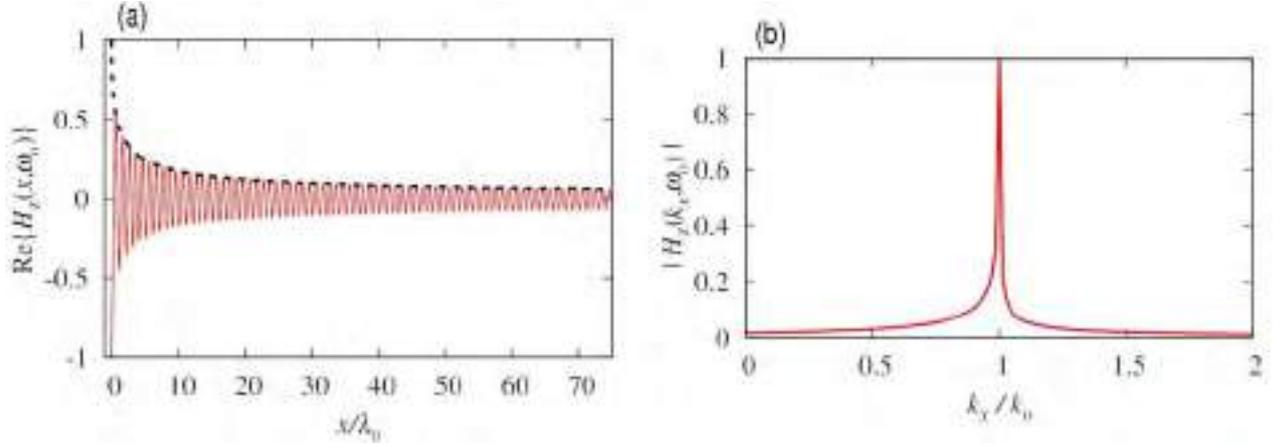


Figura 4.6: Campo difractado desde la esquina hacia el vacío. (a) Parte real y magnitud. (b) Espectro en k_x

difracción de un plasmón de superficie al hacerle incidir en la terminación de la interfaz (esquina).

Otra diferencia notable es que la proyección del campo sobre la interfaz presentada en la sección 2.3 cambia con la distancia perpendicular de la fuente hacia la interfaz, y en el caso del campo difractado desde la esquina la distribución espacial del campo es fija.

A pesar de las notables diferencias, estas distribuciones de campo comparten una característica: ambas presentan un cambio muy pronunciado en magnitud en pequeñas variaciones en x , cerca de $x = 0$. Son campos altamente inhomogéneos.

A pesar de que las distribuciones de campo de las Figs 2.4.a y 4.6.a son el resultado de diferentes simulaciones, ambas distribuciones tienen un mismo espectro en k_x centrado en k_0 , lo cual significa que la longitud de onda del campo difractado hacia el vacío es en promedio de $\lambda = \omega_0/c$. Sin embargo la magnitud de la distribución del espectro tiene valores de k_x que son mayores que k_0 , dicha extensión del espectro hacia valores $k_x > k_0$ son debido a la variación rápida con respecto a x de la magnitud del

campo cerca de la esquina.

En el último capítulo de esta tesis se muestra que esta inhomogeneidad del campo es capaz de excitar plasmones de superficie al acercar una superficie semi-infinita al campo que se difracta desde una esquina.

4.4. Conclusiones

Se demostró numéricamente que un plasmón de superficie que incide en el borde de una placa metálica se difracta emitiendo radiación hacia el vacío con una distribución espacial circular. Esto se puede apreciar claramente en la evolución temporal de la simulación numérica vista en la figura 4.3.

Sin embargo la distribución en magnitud del campo tiene una dirección preferente hacia la misma dirección de propagación del plasmón que incide en la esquina. El máximo de la magnitud del campo está en el origen del mismo, la esquina desde donde se genera la difracción hacia el vacío. Esto se puede apreciar en la figura 4.4.

Por medio de análisis de componentes de Fourier se demostró que el campo difractado desde la esquina es de carácter inhomogéneo, y que su espectro de Fourier en k_x es el mismo que se obtuvo en la sección 2.3 para una fuente puntual cuyo centro está ubicado a una distancia perpendicular de $0.1\lambda_0$ de la interfaz.

También se mostró, en la evolución temporal del campo (Fig. 4.3), que se excitan dos PS en las superficies metálicas que forman la esquina: uno en sentido contrario al incidente y otro en dirección perpendicular del primero. La capacidad de excitar plasmones de superficie de el campo que se difracta desde la esquina será discutida en el capítulo 6.

Capítulo 5

Onda plana incidente sobre una esquina de una placa metálica.

En este capítulo se presenta evidencia numérica de la excitación de plasmón de superficie al hacer incidir una onda plana en una terminación de una interfaz vacío-metal, es decir, una esquina del metal. La onda plana es generada por una fuente puntual muy alejada de la esquina, de tal manera que el campo tenga el carácter de onda plana al incidir en la esquina.

La intención de realizar esta simulación es la de analizar de manera aislada el “salto” de un plasmón de superficie a través de una abertura lo suficientemente ancha para que el campo que se difracta desde la primera esquina tenga el carácter de onda plana al incidir en la segunda esquina.

5.1. Descripción de la simulación.

Se dispone de material metálico en la región $x > 0$, $y < 0$ y el resto del espacio se define como vacío. Se utiliza la ecuación (3.49) para representar la fuente puntual en DFDT con una frecuencia central $\omega_0 = 0.5\omega_p$ y se pulsa temporalmente con un perfil Gaussiano con desviación estándar $\sigma_t = 4\pi/\omega_0$. Para encender y apagar suavemente la fuente, se define que el perfil Gaussiano alcance su valor máximo en $t_0 = 4\sigma_t$. Se coloca la fuente puntual en la posición $x = -18\lambda_0$, $y = 0$. La configuración de la simulación se puede observar en la Fig. 5.1.

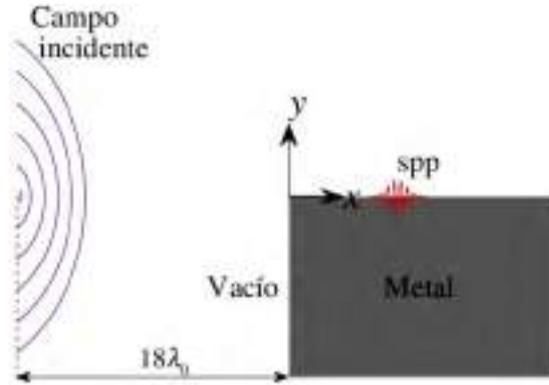


Figura 5.1: Geometría de la simulación para analizar la incidencia de una fuente plana sobre una esquina de metal.

En esta simulación podemos predecir que se excitará un plasmón de superficie, como se muestra en la Fig. 5.1, debido a que la proyección del campo sobre el material metálico es inhomogénea por tratarse de una esquina.

La simulación se deja evolucionar el tiempo suficiente para que toda la radiación electromagnética de la fuente puntual sea reflejada por la esquina y esta se haya alejado de ella, terminando la interacción onda plana-esquina. En la Fig. 5.2 se presenta el campo $H_z(x, y, t)$ que resulta de la simulación usando DFDT.

Al incidir el campo emitido por la fuente puntual, desde $x = -18\lambda_0$, sobre la esquina

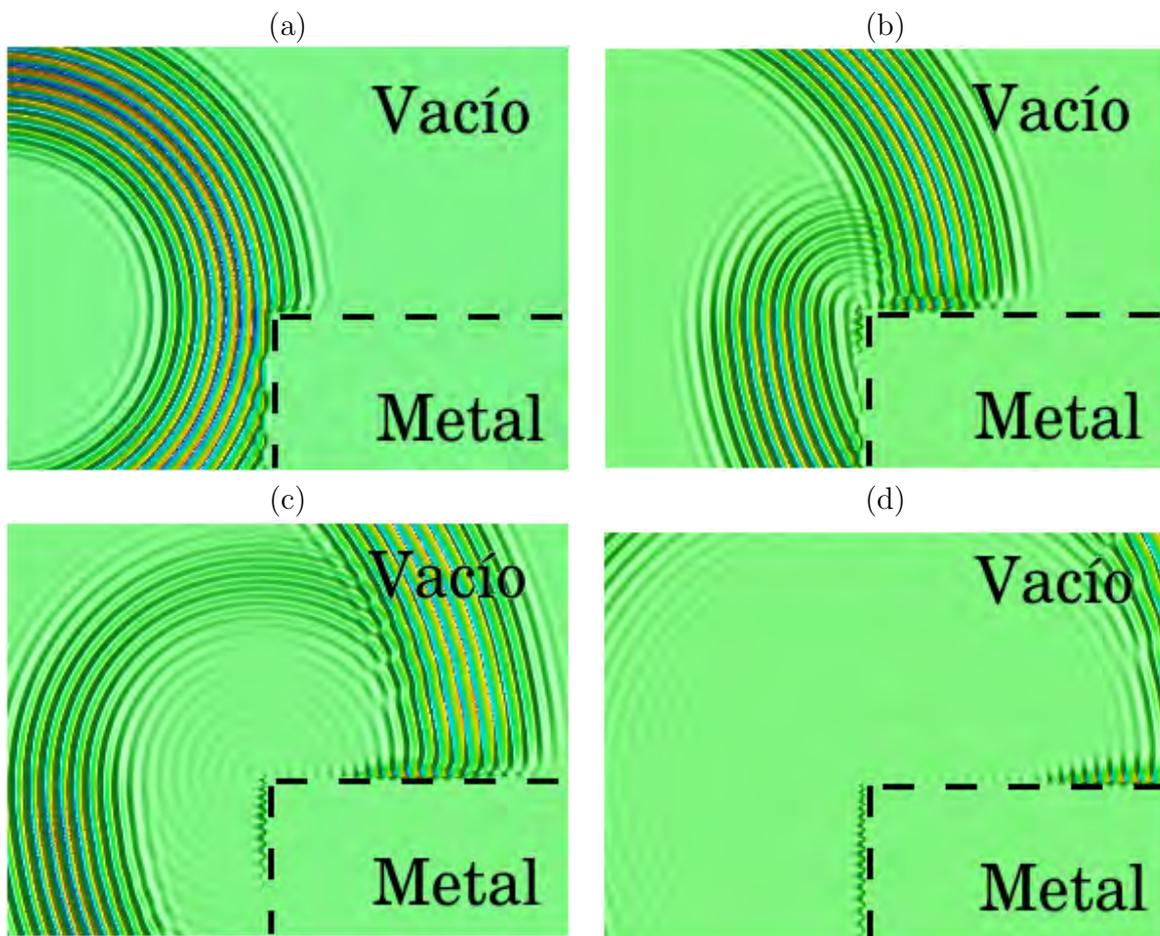


Figura 5.2: Evolución temporal del campo $H_z(x, y, t)$ del sistema representado en la Fig. 5.1 a diferentes tiempos. (a) $t = 3t_0$, (b) $t = 4t_0$, (c) $t = 5t_0$ y (d) $t = 6t_0$.

del metal, en $x = 0$, el campo en la vecindad de la esquina es prácticamente el de una onda plana. Podemos analizar la reflexión del campo usando el principio de Fresnel-Huygens: el campo se refleja punto a punto sobre la superficie, como si tuviéramos fuentes puntuales a lo largo de ella. El frente de onda del campo que se refleja se forma por la interferencia constructiva y destructiva de los campos que emergen de dichas fuentes puntuales. Para la superficie del metal en $y < 0$, el campo reflejado forma un frente de onda plano. Pero alrededor de la esquina del metal, en $(x = 0, y = 0)$, el

campo reflejado se comporta como una fuente puntual.

En la región del vacío, para $y < 0$, el frente de onda del campo reflejado se distorsiona por los efectos de interferencia con el campo radiado desde la esquina del metal (ver la Fig. 5.2.b). En el espacio del vacío en $y > 0$, Fig. 5.2.b y 5.2.c, la interferencia se da entre la onda plana incidente que pasa por encima de la superficie y el campo de la fuente puntual que se radia desde la esquina del metal. Sin embargo, la interferencia de estos campos no se ve afectada en su dispersión espacial en el vacío.

Adicionalmente de los campos ya descritos, en la Fig. 5.2.b, 5.2.c y 5.2.d, se observa que se genera un plasmón de superficie que se propaga a lo largo de la superficie del metal en $y = 0$ hacia $x > 0$. La excitación de este plasmón de superficie se debe a la fuerte localización del campo que se difracta en la esquina, lo cual da como resultado la radiación con geometría cilíndrica ya comentada, y un ensanchamiento del espectro de componentes paralelas del vector de onda disponibles para la excitación del PS.

Por último, hay que mencionar que las oscilaciones del campo que se observan sobre la superficie del metal en $x = 0$, y que se propagan hacia $y < 0$, son campo espurio. Es decir que no representan ningún efecto físico sino que son un defecto en la evaluación numérica dentro del DFDT. Esto se comprueba al repetir la simulación para diferentes tamaños de partición espacial y observar que dichas oscilaciones tienden a desaparecer. Sin embargo, esto representa un costo de tiempo de cómputo considerable.

Para analizar la distribución de la magnitud del campo se analizará el campo $H_z(x, y, \omega_0)$ en la siguiente sección, el cual se obtiene aplicando la transformada de Fourier de la evolución temporal del $H_z(x, y, t)$ que se obtuvo usando el DFDT.

5.2. Mapa de magnitudes del campo $H_z(x, y, \omega_0)$.

En esta sección se analizará el campo que resulta de la simulación, usando la transformada de Fourier en la frecuencia central:

$$H_z(x, y, \omega_0) = \sum_n^N H_z(x, y, ndt) [\cos(\omega_0 ndt) + i \sin(\omega_0 ndt)], \quad (5.1)$$

la cual se utilizó en la sección 4.2 para analizar el campo a lo largo de una superficie. Ahora se usará para analizar el campo en todo el espacio xy de la simulación. De esta manera observaremos el campo resultante de la simulación de forma independiente del tiempo, es decir en su estado estacionario. En la Fig. 5.3 se presenta la magnitud del campo $H_z(x, y, \omega_0)$.

Es importante señalar que el campo resultante al aplicar la transformada de Fourier en ω_0 es el resultado de la integración en el tiempo tomando sólo la componente en frecuencia en cuestión. Esto es equivalente a tener como fuente incidente una función senoidal con frecuencia de oscilación ω_0 que siempre está encendida y esta interfiere con el campo que se difracta o se refleja desde el material metálico. El resultado de dicha interferencia en la región $x < 0, y < 0$ se ve como líneas verticales de máximos y mínimos alternados. Estos son los nodos espaciales que se forman al interferir la onda plana incidente con la onda plana parcial que se refleja. En la región $y > 0$, los nodos espaciales de la interferencia del campo de la onda plana que incide con el campo que se radia desde la esquina del metal da como resultado que la distribución espacial del campo total esté inclinada, como se observa en la Fig. 5.3.

Sobre la interfaz se aprecia que hay campo muy intenso concentrado justo en la interfaz, es el plasmón de superficie excitado, y justo sobre la distribución espacial del campo del plasmón de superficie se aprecia una mancha oscura, esto indica que hay interferencia destructiva completa del campo total en esa región.

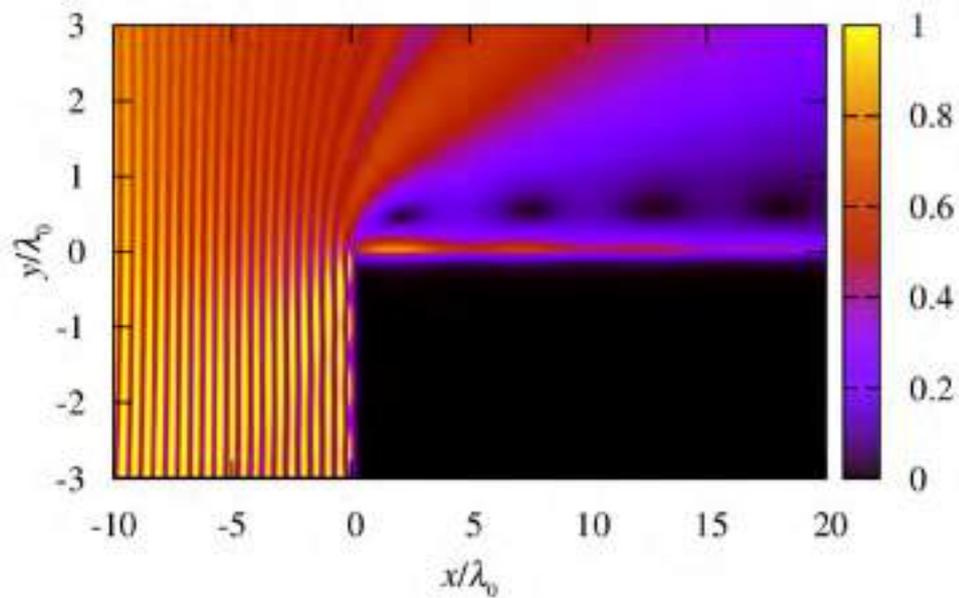


Figura 5.3: Magnitud del campo $H_z(x, y, \omega_0)$ para el caso de una fuente plana incidiendo en una esquina de metal.

La condición para que el campo total sea cero es que la suma de los campos en esa región sea cero. Para visualizar esta condición se muestra, en la Fig. 5.4, la parte real del campo total $H_z(x, y, \omega_0)$ en la región del vacío sobre la superficie del metal. En esta fig. se ve claramente que el campo total es cero (manchas negras de la Fig. 5.3) cuando coinciden espacialmente un máximo del campo sobre la superficie con un mínimo del campo en el vacío o viceversa. En estos *puntos negros* en la distribución espacial del campo las amplitudes de los campos del PS y la onda plana que pasa por encima de la superficie son iguales pero de signo contrario. La amplitud del campo de la onda plana sólo depende x como $\sim 1/\sqrt{x}$ y es constante en cualquier valor de y . La amplitud del plasmón depende de x y y , a lo largo de x depende de forma exponencial como

$\sim e^{-x \cdot \text{img}\{k_{sp}^{\parallel}\}}$, y en la dirección de y decae como $\sim e^{-x \cdot \text{img}\{k_{sp}^{\perp}\}}$.

En la Fig. 5.4 también se puede observar que la fase del plasmón de superficie no coincide con la fase del campo de la onda plana sobre él, dado que no tienen la misma longitud de onda y que el campo a lo largo de la superficie se va atenuando a medida que avanza sobre la superficie.

La interferencia del campo que se propaga sobre la superficie con el campo que se propaga en el vacío se da por la diferencia en la longitud de onda que hay entre ellos.

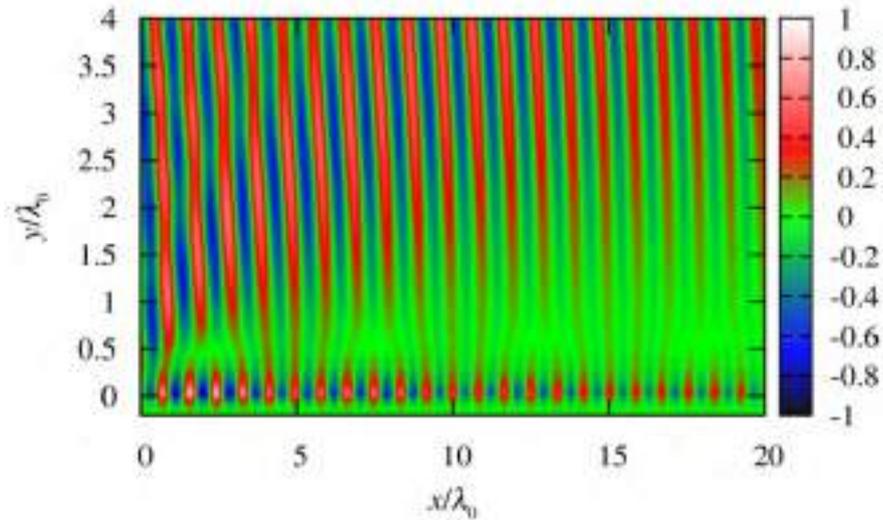


Figura 5.4: Parte real del campo $H_z(x, y, \omega_0)$ sobre la interfaz para el caso de una fuente plana incidiendo en una esquina de metal

Debido a que la posición de los puntos oscuros de la Fig. 5.3 sólo depende de la fase entre el campo que se propaga en el vacío y el campo del PS, podemos suponer que la interferencia entre estos dos campos está determinada por la siguiente función

$$h(x) = \sin(k_0 x) + \sin(k_{sp} x) \quad (5.2)$$

donde, si sustituimos $k_{sp} = \alpha k_0$ y usando la identidad trigonométrica

$$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{(a + b)}{2} \cos \frac{(a - b)}{2}$$

nos queda que

$$h(x) = -2 \sin \left[\frac{k_0(1 + \alpha)x}{2} \right] \cos \left[\frac{k_0(\alpha - 1)x}{2} \right] \quad (5.3)$$

de donde se identifica que la función coseno de la ecuación (5.3) es la envolvente de $h(x)$ y la función seno representa las oscilaciones dentro de la envolvente, ver la Fig. 5.5.

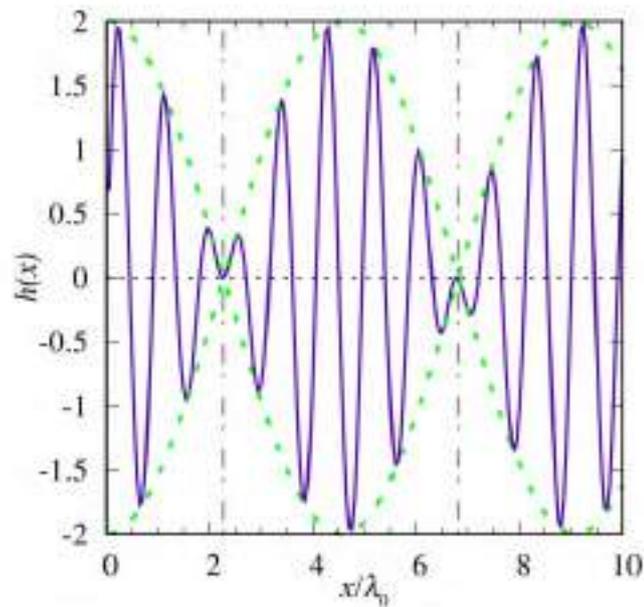


Figura 5.5: Función $h(x)$ de la ecuación (5.3) evaluada con $\alpha = 1.22$ desde $x = 0$ hasta $x = 10\lambda_0$. La línea punteada representa la envolvente de la función.

Los ceros de la función envolvente de la ecuación(5.3) dan como resultado la posición de los puntos negros del campo total de la Fig. 5.3 y también, como se ve en la Fig. 5.4, la posición en la cual un máximo de la oscilación de la parte real del campo sobre

la superficie coincide exactamente con un mínimo de la oscilación de la parte real del campo que se propaga en el vacío sobre la superficie metálica, o viceversa.

Los valores donde la envolvente de la ecuación (5.3) es cero, es cuando

$$x = \frac{2n + 1}{2(\alpha - 1)} \lambda_0. \quad (5.4)$$

En particular, si tomamos $\alpha = 1.22$, la ecuación (5.4) predice la ubicación de los ceros en la Fig. 5.5. Pero si tomamos el valor de $\alpha = 1.19$, que corresponde al valor de k_{sp} obtenido en el DFDT (ver Fig. 3.11), la ecuación (5.4) predice la ubicación de los *dark spots* de la Fig. 5.3. A continuación se muestran los valores obtenidos de x para cada caso.

n	$x/(\lambda_0)$	
	valor exacto	valor del DFDT
0	2.27	2.26
1	6.81	7.89
2	11.36	13.15
3	15.90	18.42

(5.5)

En la siguiente sección se presenta la transformada de Fourier del campo sobre la superficie del metal, y a distintos valores de y sobre ella, para encontrar la distancia a la cual se encuentran los *dark spots* de la superficie.

5.3. Modulación del campo de el plasmón de superficie.

Como ya se ha hecho mención en la sección anterior, hay interferencia del campo del plasmón con el de la onda plana en el vacío, si consideramos solamente el campo justo en la interfaz como el resultado de la suma de dos campos planos moviéndose hacia la

derecha

$$H_z(x) = Ae^{ik_0x} + Be^{ik_{sp}x}, \quad (5.6)$$

donde $k_0 = \omega_0/c$, es el vector de onda del campo en el vacío, y $k_{sp} = 1.22k_0$ es el vector de onda del campo del plasmón, que corresponde a la relación de dispersión (1.2) para la frecuencia $\omega_0 = 0.5\omega_p$, al calcular la magnitud del campo (5.6) se obtiene:

$$|H_z(x)| = A^2 + B^2 + 2AB \cos(\Delta k_x x) \quad (5.7)$$

donde $\Delta k_x = k_{sp} - k_0$,

dado que A y B son las magnitudes de la onda plana y del plasmón de superficie, respectivamente, $A \equiv A(x)$ y $B \equiv B(x, y)$. El tercer término de (5.7) es el que introduce oscilaciones en la magnitud del campo. Al sustituir $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ en Δk_x

$$\Delta k_x = 0.22k_0 = 0.22 \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{2\pi}{\lambda_\Delta} \therefore \lambda_\Delta = \frac{\lambda_0}{0.22} = 4.5454\lambda_0 \quad (5.8)$$

donde se define λ_Δ como la longitud de onda montadas sobre la magnitud del plasmón de superficie, pero, como se presentó en la sección 3.4, el plasmón de superficie excitado dentro del DFDT no es numéricamente exacto sino que tiende a la relación de dispersión (1.2), es decir que la componente paralela del vector de onda del plasmón es de $k_{sp} = 1.19k_0$ lo que nos produce oscilaciones montadas sobre la magnitud del plasmón de superficie de

$$\lambda_\Delta = 5.26\lambda_0. \quad (5.9)$$

En la Fig. 5.6 se muestra la magnitud del campo $H_z(x, \omega_0)$ a lo largo de $y = 0$, $y = 0.5\lambda_0$ y $y = \lambda_0$, el centro de la fuente puntual se ve como una discontinuidad en $x = -18\lambda_0$, las oscilaciones en la región $x > -18\lambda_0$, $x < 0$ son los nodos espaciales que se forman por la interferencia entre la onda plana incidente y la onda semi-plana reflejada, y para $x > 0$ se muestra el plasmón excitado sobre la interfaz en $y = 0$, y el campo sobre la interfaz en $y = 0.5\lambda_0$ y $y = \lambda_0$.

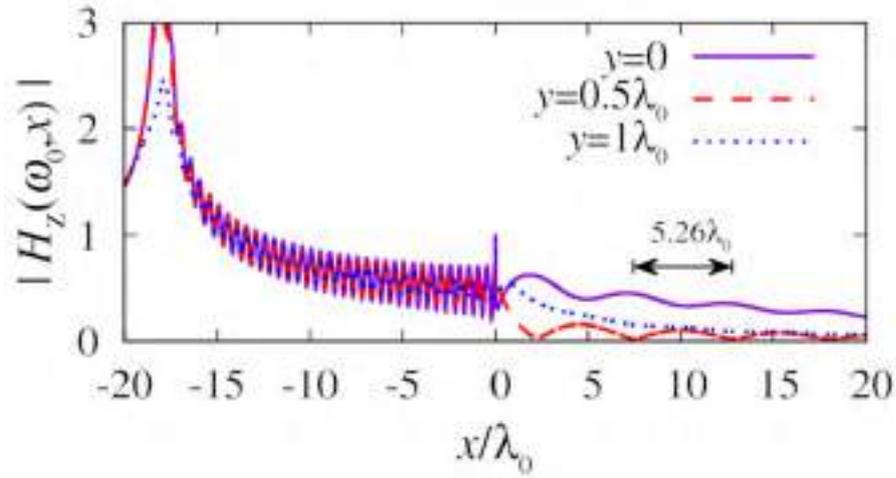


Figura 5.6: Magnitud del campo $H_z(x, \omega_0)$ resultado de la incidencia de una fuente puntual sobre una esquina de metal.

El período de las oscilaciones del campo sobre la interfaz, $y = 0$, es como se predice en la ecuación (5.9). Dichas oscilaciones persisten en el campo lejos de la interfaz (p. ej. $y = 0.5$) pero con un cambio de fase gradual, de forma que el campo sobre la interfaz alcanza a ser de polaridad opuesta al de la interfaz para $y = 0.5\lambda_0$ dando lugar a interferencia destructiva total del campo.

Esto se puede ver en la Fig. 5.6 (línea roja) como los valores de x donde el campo vale cero.

El campo lo suficientemente lejos de la interfaz no presenta estas oscilaciones montadas en su magnitud (p. ej. $y = \lambda_0$), esto se debe a que estas son el resultado de la interferencia de una onda plana y un plasmón de superficie, ver ecuación (5.6), dado que la magnitud del plasmón de superficie sólo penetra en el vacío una fracción de λ_0 al medir el campo lejos de la interfaz esta modulación del campo debe de disminuir hasta desaparecer.

Para determinar la distancia a la cual se encuentran los *dark spots* de la Fig. 5.3 se

debe de encontrar la distancia desde la superficie metálica hacia el vacío en la cual A y B , de la ecuación (5.6), sean iguales. Esto se expresa en la siguiente ecuación

$$\frac{A}{\sqrt{x + \lambda_0}} = B e^{-y k_{\perp}^v}, \quad (5.10)$$

donde $\frac{1}{k_{\perp}^v} = 0.225\lambda_0$ es la componente perpendicular del vector de onda del PS, ver Fig. 1.2. La función logarítmica se desplaza en λ_0 para asegurar que el campo inicie desde la esquina, $x = 0$. Al despejar y , queda que

$$y = \frac{0.225\lambda_0}{2} \ln \left[\frac{B^2(x + \lambda_0)}{A^2} \right] = \frac{0.225\lambda_0}{2} [\ln B^2 + \ln(x + \lambda_0) - \ln A^2]. \quad (5.11)$$

En la Fig. 5.7 se muestra la evaluación de la ecuación (5.11) y el resultado que se obtuvo con DFDT. Al evaluar la ecuación (5.11) se simplifican los términos $\frac{0.225\lambda_0}{2} \ln B^2 - \frac{0.225\lambda_0}{2} \ln A^2 = c$ ya que son constantes para una frecuencia fija.

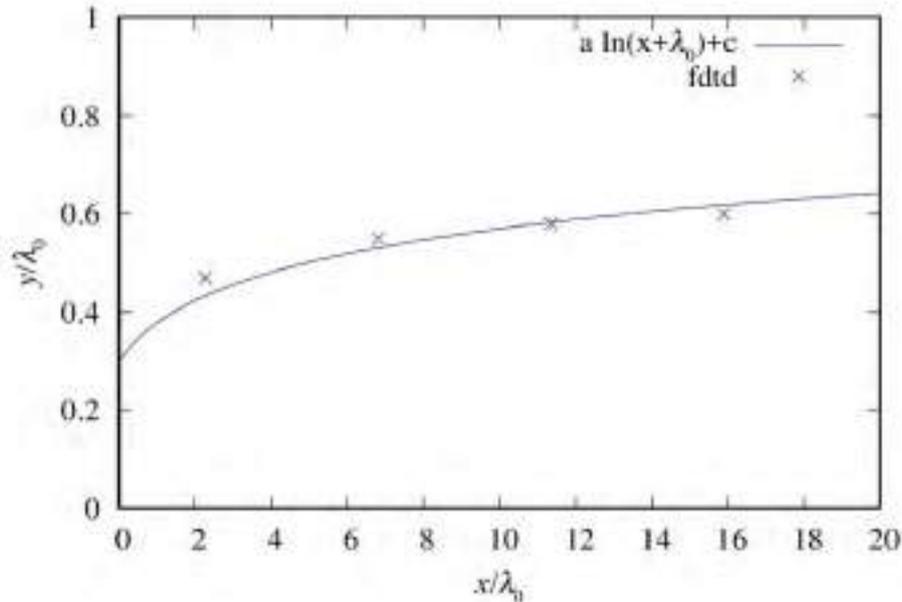


Figura 5.7: Posición y de los *dark spots* de la Fig. 5.3 y su estimación teórica usando la función $a \ln(x) + c$, con $a = 0.1125\lambda_0$ y $c = 0.3\lambda_0$.

En la siguiente sección se analiza el espectro en componentes de onda del campo a lo largo de la superficie metálica en $y = 0$, a la altura aproximada del lugar de los *dark spots* en $y = 0.5\lambda_0$ y a la altura donde sólo hay campo que se propaga con vector de onda k_0 , en $y = \lambda_0$, con la finalidad de comprobar que en la posición de los *dark spots* la magnitud del campo que se propaga en el vacío A es igual a la magnitud del PS B .

5.4. Análisis del espectro en k_x del campo H_z justo en la interfaz y en la zona de interferencia destructiva total.

El campo sobre la superficie presenta oscilaciones del orden de la longitud de onda del plasmón y a medida que se grafica el campo a diferentes valores de y de la interfaz las oscilaciones toman la medida de λ_0 , sin embargo las oscilaciones que se presentan en la región de $\lambda_0 > y \geq 0$ no son uniformes.

La figura 5.8 muestra la parte real del campo para $y = \{0, 0.5\lambda_0, \lambda_0\}$. En esta imagen se puede observar como la distribución espacial del campo cambia al variar y . Se puede ver que el campo presenta la modulación anteriormente descrita en la figura 5.5, es decir que el campo contiene más de una longitud de onda que lo caracteriza.

Se calcula el espectro en k_x de las distribuciones del campo de la figura 5.8 para obtener las componentes paralelas del vector de onda del campo en cada caso. El resultado se presenta en la figura 5.9, estos espectros se normalizan al máximo del espectro con $y = 0$. Como se había mencionado en la sección anterior, el campo en la región $\lambda_0 > y \geq 0$ es el resultado de la interferencia de campo que se propaga en el vacío, con vector de onda k_0 , y del campo del plasmón de superficie, con vector de onda $k_{sp} = 1.19k_0$. Esto se verifica al observar que el espectro del campo tiene dos máximos,

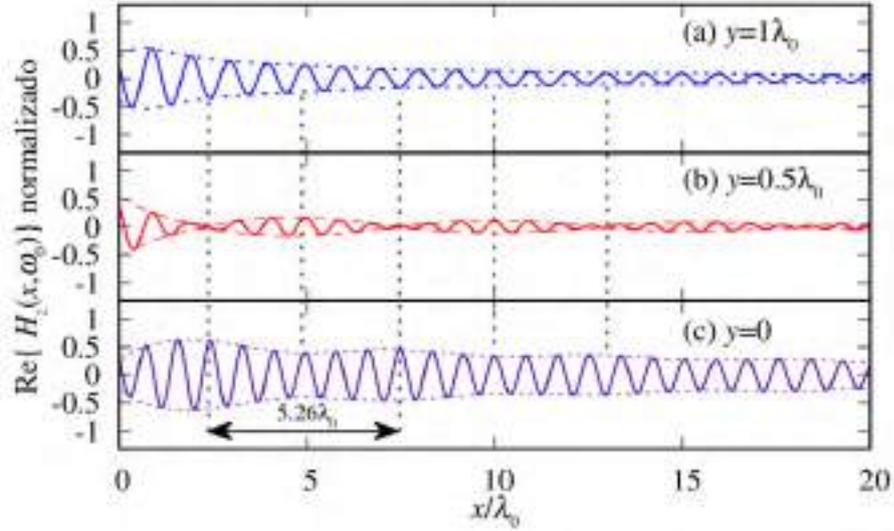


Figura 5.8: Parte real y envolvente del campo sobre la interfaz que resulta al incidir una onda plana sobre una esquina de metal.

uno en k_0 que corresponde al campo de la onda plana que se propaga en el vacío, y otro en k_{sp} que corresponde al campo del PS.

Los ceros en amplitud del campo magnético que se muestran en la Fig. 5.8.b son el resultado de la interferencia del campo de la Fig. 5.8.a, predominantemente propagante, con el campo de la Fig. 5.8.c, que es campo predominantemente plasmón de superficie. Se puede apreciar que la posición x donde ocurren estos ceros es cuando coincide un máximo en la oscilación del campo en $y = \lambda_0$ con un mínimo en la oscilación del campo del PS en $y = 0$, o viceversa.

La Fig. 5.9 muestra que la magnitud de las componentes, en k_x , del espectro del campo cambian al aumentar la distancia y . Para $y = 0$ la componente k_x más intensa es la del plasmón de superficie, y para $y = 0.5$ la magnitud del plasmón (k_{sp}) es igual a la magnitud del campo que se propaga en el vacío (k_0). Y para $y = \lambda_0$, la componente que domina es la de k_0 .

Con esto se comprueba que el campo total que resulta de la interacción de una onda

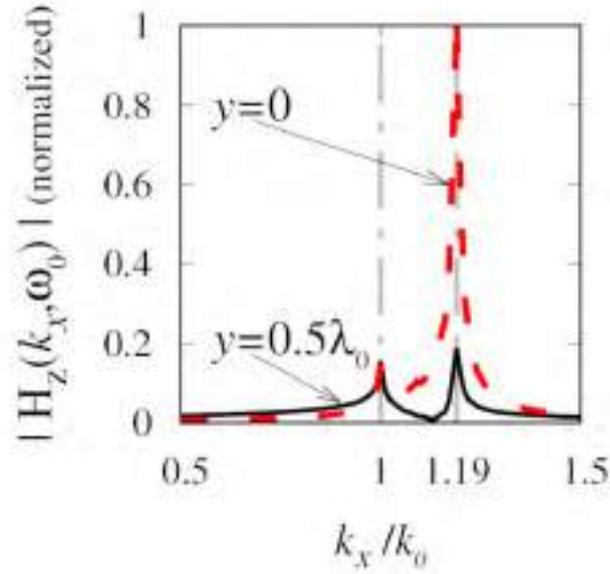


Figura 5.9: Espectro en k_x del campo sobre la interfaz que resulta al incidir una onda plana sobre una esquina de metal.

plana con una esquina de un medio metálico está descrito por la ecuación (5.6), donde los valores de A y B depende de la coordenada y . Para el campo sobre la superficie, $y = 0$, $A = 0.2B$. Para el campo en $y = 0.5\lambda_0$, $A \sim B$. Y para el campo lejos de la interfaz, en $y = \lambda_0$, $B = 0$.

5.5. Conclusiones

En el capítulo 2 se argumentó que la rápida variación de amplitud del campo en una distancia corta daba origen a un ensanchamiento del espectro de Fourier en k_x y así se podrían obtener las condiciones necesarias para la excitación de un PS, en este capítulo también se probó que el carácter de inhomogenidad también puede estar en la geometría del material; esto se logró al hacer incidir un campo plano sobre una esquina

y tener como consecuencia la excitación de un plasmón de superficie.

Por otro lado, también se identificó una modulación sobre la magnitud del plasmón excitado cuya oscilación espacial viene determinada por la interferencia del plasmón de superficie con vector de onda k_{sp} y el campo que se propaga rasante a la interfaz con vector de onda k_0 . Se identificó que aproximadamente en $y = 0.5\lambda_0$, el campo total es de baja intensidad para valores bien definidos de $x = \frac{(2n + 1)}{2(\alpha - 1)}\lambda_0$, y que dicha combinación de campo con vector de onda k_0 con campo con vector de onda varía con la distancia perpendicular lejos de la superficie del metal.

Capítulo 6

Transmisión de plasmón de superficie a través de superficies conductoras discontinuas.

Se presenta una abertura o *slit* como dos placas metálicas paralelas que están separadas una distancia d con vacío como medio circundante. Se estudia la difracción de un plasmón de superficie que incide sobre esta abertura. Se describe la excitación de otro plasmón de superficie más allá de la abertura como resultado de la dispersión del campo en la segunda esquina que forma la abertura. Encontramos que el campo sobre la segunda superficie sufre la misma modulación en amplitud que se presentó en el capítulo anterior. También se demuestra que la excitación del segundo plasmón de superficie ocurre aún cuando las dos placas metálicas que forman la abertura son diferentes.

6.1. Descripción de la simulación.

La geometría de la simulación se muestra en la Fig. 6.1. Se usa la función dieléctrica de Drude para representar a los metales con los parámetros: ω_{p1} para el metal 1 y $\omega_{p2} = 0.6\omega_{p1}\sqrt{2}$ para el metal 2, en ambos metales se usa la frecuencia de amortiguamiento $\gamma = \omega_{p1}/100$, se dispone de la fuente evanescente con frecuencia central $\omega_0 = 0.5\omega_{p1}$ sobre la primera interfaz vacío-metal, la cual se le llamará “interfaz de incidencia”. La segunda interfaz vacío-metal se le llamará “interfaz objetivo”, la fuente evanescente tiene una envolvente espacial Gaussiana que se define centrada en $x = -d - 6\sigma_s$, donde $\sigma_s = 2\frac{2\pi c}{\omega_0}$, y se le asigna un vector de onda central de $k_x = 1.22k_0$ que corresponde a la relación de dispersión de los plasmones de la interfaz de incidencia a la frecuencia ω_0 .

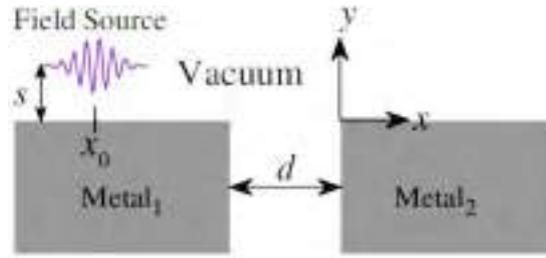


Figura 6.1: Geometría para analizar la transmisión de un PS a través de una discontinuidad en la superficie.

Además, agregamos un perfil temporal Gaussiano a la fuente evanescente para asegurar que ésta se encienda y apague lentamente. Con esto se evitan componentes de alta frecuencia en la simulación y el perfil está caracterizado por un ancho temporal (desviación estándar) $\sigma_t = 2\frac{2\pi}{\omega}$ y tiempo central (tiempo del valor máximo) $t_0 = 4\sigma_t$.

La Fig. 6.2 muestra la evolución temporal de la simulación a diferentes tiempos como múltiplos de t_0 , al tiempo $t = 1.2t_0$ se ve como se genera un plasmón sobre la interfaz de incidencia y se propaga en dirección hacia la abertura, al tiempo $t = 3.6t_0$ se ve como el plasmón interactúa con la primera esquina de la abertura y se difracta hacia el espacio

vacío y hacia dentro de la abertura y también se aprecia como en la segunda esquina de la abertura el campo presenta una segunda difracción hacia el vacío (interacción en la segunda esquina de la abertura) desde donde inicia la interfaz objetivo.

Al tiempo $t = 6t_0$ se ven dos distribuciones de campo sobre cada interfaz, ambas con diferentes longitudes de onda entre ellas y con la del vacío.

Esto se inspecciona al ver cómo los patrones de oscilaciones de los campo en el vacío no coinciden con el de los campo sobre las interfaces, la distribución de campo que se aprecia sobre la interfaz de incidencia la denominaremos como la parte reflejada del plasmón que incidió sobre la primera esquina de la abertura, la distribución de campo sobre la interfaz objetivo la denominaremos como la parte transmitida del plasmón original.

En la región dentro de la abertura se aprecian patrones complejos de interferencia, los cuales deben de dar lugar a los modos propios de la geometría de la abertura; sin embargo, no son el objetivo central de este trabajo. Concentraremos nuestro análisis en el campo sobre las interfaces.

En los tiempos posteriores se aprecia que la interacción del campo dentro de la abertura y las esquinas no cesa del todo, se dejó evolucionar la simulación para tener en consideración esas contribuciones de campo sobre las interfaces, para esto, se utilizó la transformada de Fourier en frecuencia ω definiendo así el campo $H_z(\omega, x)$ que contiene la evolución temporal total de la simulación. donde ω es la frecuencia a la cual se desea observar el campo. En la siguiente sección se presentarán los resultados numéricos de esta simulación.

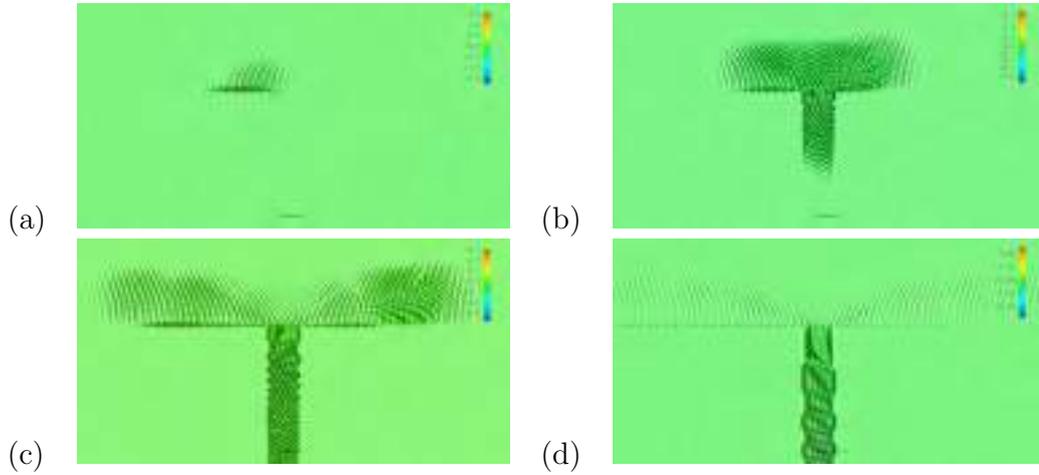


Figura 6.2: Evolución temporal del campo $H_z(x, y, t)$ que resulta al hacer incidir un PS en una abertura formada por dos placas metálicas paralelas separadas por una distancia de $6\lambda_0$. (a) Al tiempo $t = 1.2t_0$ el PS sobre la interfaz de incidencia avanza hacia la abertura. (b) Al tiempo $t = 3.6t_0$ se producen patrones de interferencia dentro y sobre la abertura debido al campo que se difracta desde la primera y segunda esquina de la abertura. (c) Al tiempo $t = 6t_0$ los PsS sobre cada interfaz se alejan de la abertura. (d) El sistema se deja evolucionar la simulación hasta $t = 22.8t_0$, que es cuando la amplitud del campo en las esquinas sea prácticamente cero.

6.2. Mapa de magnitudes del campo $H_z(x, y)$ resultantes

En la figura 6.3 se presenta la magnitud del campo $H_z(x, y, \omega_0)$ para 3 diferentes anchos de abertura, $d = \{\lambda_0, 6\lambda_0, 12\lambda_0\}$, en cada caso se normalizó al máximo de la magnitud del campo sobre la superficie objetivo, los valores de mayor magnitud que el máximo sobre la superficie objetivo se representan como un valor máximo de la escala de colores.

Sobre la interfaz de incidencia ($x < d, y \sim \lambda_0$) la mayoría del campo se muestra saturado. No es de nuestro interés analizar el campo en esta región, sin embargo, se puede comentar que los patrones de interferencia que se forman en esta zona incluyen

efectos de interferencia entre el campo que se difracta desde las esquinas y los PSs.

Las distribuciones espaciales de la magnitud del campo sobre las interfaces, que se muestran en la Fig. 6.3 tienen un comportamiento similar. La posición de las zonas oscuras o *dark spots* en ambos lados de la abertura, están localizadas a la altura definida por $y = a \ln(x) + c$ pero con una periodicidad diferente. La periodicidad de estas manchas oscuras sobre la distribución del campo en la interfaz de incidencia es claramente del orden de λ_0 y la periodicidad de estos sobre la distribución de campo sobre la interfaz objetivo es de λ_Δ , la cual se definió en la sección 5.3.

Centraremos nuestro análisis en el campo sobre la interfaz objetivo. Encontramos que el campo sobre la interfaz objetivo presenta la misma modulación que se presentó en la sección 5.3 de manera independiente del ancho de la abertura. Debido a las pérdidas por difracción el campo que llega a la interfaz objetivo es de menor magnitud al incrementar el valor de d , esto se puede apreciar en la Fig. 6.4.

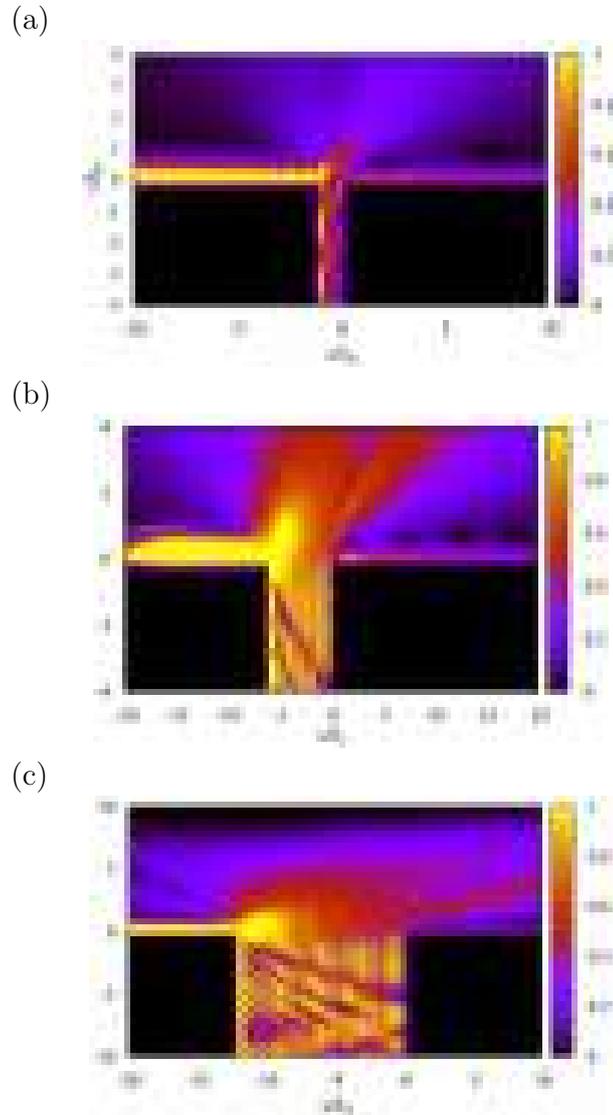


Figura 6.3: Mapa de magnitud del campo $H_z(x, y, \omega_0)$ (a) para $d = \lambda_0$, (b) para $d = 6\lambda_0$ y (c) para $d = 12\lambda_0$. La magnitud del campo se normalizó al máximo del campo sobre la superficie objetivo, el cual está localizado en $x \sim 2.27\lambda_0$, $y = 0$. Las magnitudes del campo que resulten mayores a 1 se representan con el color del máximo de la escala.

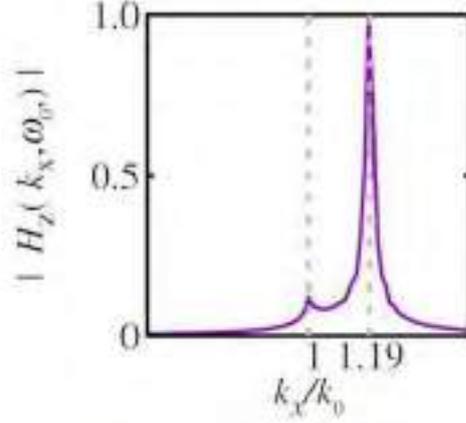


Figura 6.5: Espectro k_x del campo sobre la segunda interfaz.

vacío y definimos la longitud de onda del plasmón de superficie como una fracción de λ_0 ($\lambda_{sp} = \alpha\lambda_0$), queda:

$$\lambda_{\Delta} = \lambda_0 \frac{\alpha}{1 - \alpha}, \text{ con } \alpha \leq 1. \quad (6.2)$$

En la Fig. 6.6.c se muestra la longitud de onda del PS como función de la frecuencia que resulta de evaluar numéricamente la relación de dispersión del plasmón de superficie.

Para el valor de la frecuencia $\omega = 0.5\omega_p$, la longitud de onda del plasmón de superficie es $\lambda_{sp} = 0.82\lambda_0$, si se sustituye este valor en la ecuación (6.2), nos da que la longitud de onda de las oscilaciones en la magnitud del campo sobre la segunda interfaz de la abertura es $\lambda_{\Delta} = \beta\lambda_0$ (con $\beta = 4.55$). Esto se representa gráficamente en la Fig. 6.6.c.

La modulación que presenta el campo sobre la segunda interfaz de la abertura debe de estar presente para cualquier frecuencia, siempre y cuando la modulación sea apreciable, la modulación de longitud de onda λ_{Δ} se presenta montada sobre la amplitud del plasmón de superficie.

La Fig. 6.6.a muestra la relación entre la distancia de decaimiento del plasmón λ_{sp}^D y la longitud de onda modulada λ_{Δ} .

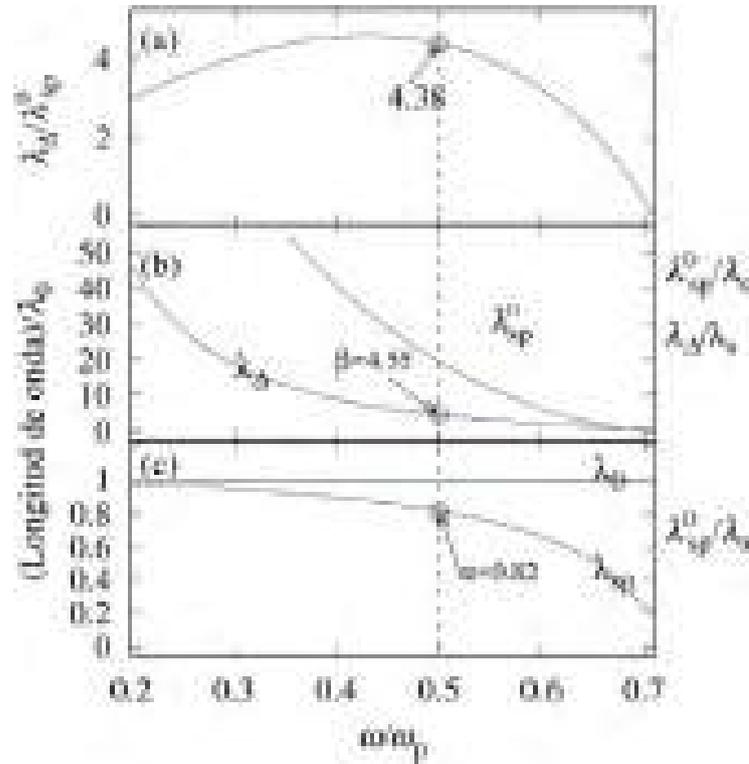


Figura 6.6: (a) Relación de $\lambda_{\Delta}/\lambda_{sp}^D$.(b)Longitud de onda de modulación λ_{Δ} y distancia de decaimiento del plasmón de superficie λ_{sp}^D en función de la frecuencia .(c) Longitud de onda del plasmón de superficie como múltiplo de λ_0 .

Esta razón es una medida de cuantas oscilaciones sobre la magnitud son visibles, estas alcanzan un máximo de 4.6 periodos de oscilación sobre la magnitud del campo a la frecuencia $\omega = 45\omega_0$, al aproximarse la frecuencia al límite del plasmón de superficie $\omega = \omega_0/\sqrt{2}$, el plasmón de superficie pierde la capacidad de tener oscilaciones sobre su magnitud. Esto se debe a que la distancia de decaimiento es muy corta al acercarnos a esa frecuencia.

6.4. Transmisión a través de la abertura.

La transmisión a través de la abertura la definimos como la razón entre el campo sobre la superficie de la interfaz objetivo para un cierto valor de ancho de abertura d tomado en $x = 20\lambda_0$ entre el campo que se tiene cuando $d = 0$, es decir cuando no hay abertura. De esta manera se obtiene el efecto completo de los mecanismos involucrados en la excitación del plasmón sobre la segunda superficie metálica que forma la abertura. En la Fig. 6.7 se presenta el resultado obtenido para $0 < d < 3\lambda_0$.

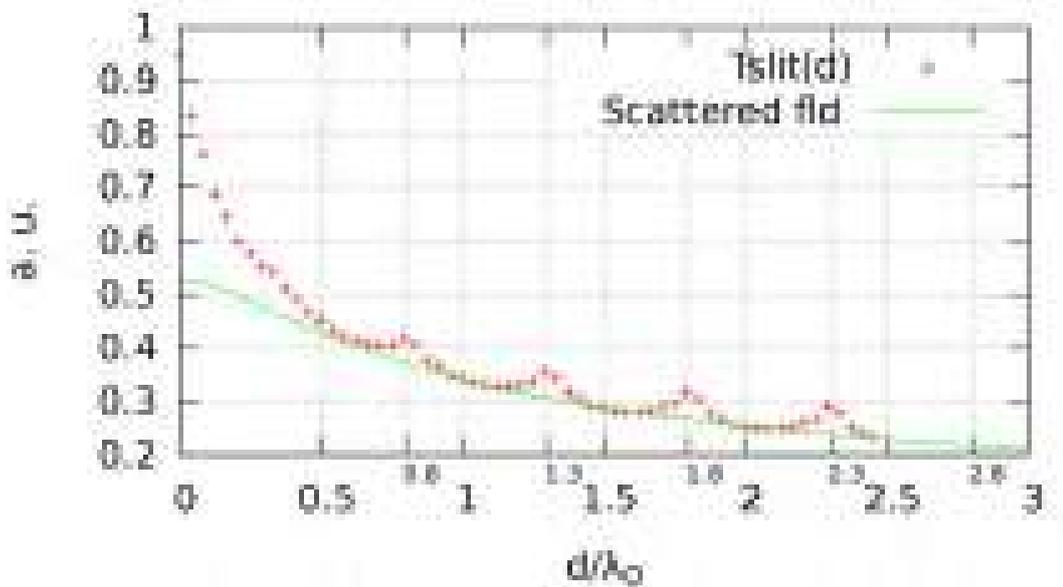


Figura 6.7: Relación de transmisión del campo en la interfaz objetivo con respecto a la interfaz plana y magnitud del campo que resulta del colapso de un PS al llegar a la primera esquina de la abertura.

En la Fig. 6.7 se puede observar que para anchos de abertura $d > \lambda_0$ el campo difractado desde la primera esquina de la abertura coincide con la transmisión de la misma. Esto quiere decir que la magnitud del plasmón excitado, para $d > \lambda_0$, depende de la magnitud del campo que incide en la segunda esquina metálica. Y para pequeños valores del ancho de la abertura, $d < \lambda_0$, podemos decir que existe una fuerte inter-

acción del campo cercano del colapso del plasmón sobre la segunda esquina que forma la abertura. Los máximos que se presentan en la transmisión de la abertura pueden explicarse al considerar que en las esquinas se forman nodos espaciales del campo dentro de la abertura, y estos se repiten en múltiplos de λ_0 .

Por último se realizó la simulación cambiando el metal de la segunda interfaz. Para esto se sustituye la frecuencia de plasma de la segunda superficie por $\omega_{p2} = 0.6\sqrt{2}\omega_{p1}$ para que, a la frecuencia central de excitación ω_0 , tenga una notable diferencia en sus características de propagación con las del plasmón previamente excitado con ω_{p1} (ver Fig. 6.8). Puede observarse que hay un incremento de error entre el número de onda del plasmón simulado y su relación de dispersión teórica. Esto se debe a que se pierde resolución espacial para representar su campo a lo largo y a lo lejos de la superficie. Para este material se tiene que la longitud de onda del plasmón excitado es $\lambda_{sp2} = 0.69\lambda_0$, su distancia de decaimiento a lo largo de la superficie es $\lambda_{sp}^D = 6.26\lambda_0$, su distancia de penetración hacia el medio metálico es $\delta_m = 0.08\lambda_0$ y su penetración hacia el vacío es $\delta_v = 0.15\lambda_0$. Es posible mejorar la convergencia del plasmón excitado al aumentar la resolución espacial del método DFDT (disminuyendo el valor de $dx = \lambda_0/100$) pero resulta altamente costoso en términos de cómputo. A pesar de las limitada convergencia se obtuvo el mismo comportamiento para la transmisión y la misma modulación sobre la magnitud del campo sobre la superficie del metal más allá de la abertura. La deficiente convergencia tiene como consecuencia que el valor del vector de onda del PS no corresponda con el esperado y por lo tanto los efectos de interferencia ocurren con el valor del número de onda del PS no convergido pero sin alterarse de forma cualitativa.

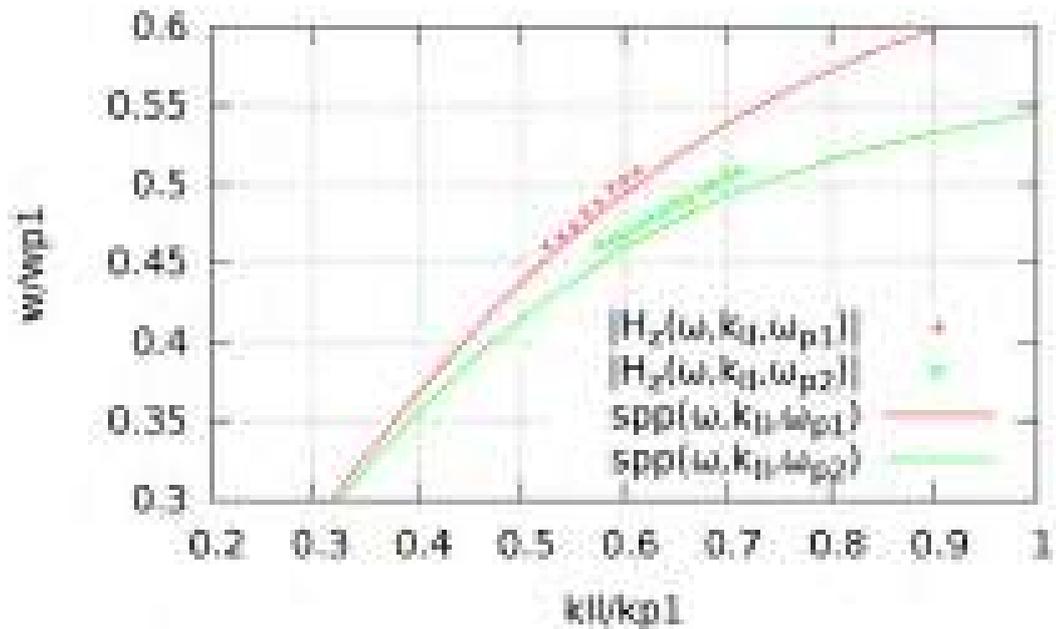


Figura 6.8: Relación de dispersión de la interfaz objetivo usando el metal 1 y el metal 2. Los puntos dispersos representan la aproximación obtenida del campo usando DFDT.

6.5. Conclusiones.

Se ha estudiado numéricamente la difracción de un plasmón de superficie cuando incide en una abertura formada por películas conductoras. Se excita un nuevo plasmón de superficie por medio de la difracción del campo en la segunda esquina de la abertura. La radiación excitadora se produce cuando el plasmón que incide en la primera esquina colapsa generando campo que se radía hacia el vacío. Se ha encontrado que el plasmón de superficie transmitido presenta interferencia con el campo razante a la superficie. El campo del plasmón generado en la segunda interfaz depende de la frecuencia y no del vector de onda del plasmón de superficie que colapsa en la primera interfaz.

Capítulo 7

Conclusiones.

Se analizó la reflexión del campo producido por una fuente puntual en una superficie metálica como una descomposición en ondas planas. Con esto se encontró una expresión integral del campo respuesta de la interfaz que depende de su coeficiente de Fresnel $r(k_{\parallel})$ y de la transformada de Fourier en k_{\parallel} de la proyección del campo de la fuente sobre la superficie $[f(k_{\parallel}, b)]$. Se demostró que la excitación del PS está correlacionada con los espectros en k_{\parallel} de $r(k_{\parallel})$ y $f(k_{\parallel}, b)$. Debido a que una vez definidos los medios que forman la interfaz y la frecuencia de oscilación de la fuente, el valor del $r(k_{\parallel})$ a la cual entra en resonancia $r(k_{\parallel})$ es fijo, y por consiguiente, la excitación del PS depende de la forma que tenga $f(k_{\parallel}, b)$. Se comprobó que cuando la distancia b de la fuente puntual a la superficie es menor que la longitud de onda, el campo sobre la superficie es altamente inhomogéneo y su correspondiente espectro de Fourier tiene componentes de campo evanescentes necesarias y suficientes para excitar el PS. Con esto se demostró que cuando la proyección del campo sobre una interfaz vacío-metal es inhomogénea ésta genera un plasmón de superficie que está determinado únicamente por la frecuencia de la radiación que produce el campo sobre la interfaz. Esta cualidad de excitación de los campos se debe a las rápidas variaciones de su amplitud y esto ocasiona un ensanchamiento en su correspondiente espectro de Fourier de sus componentes de

vector de onda.

Además, se desarrollaron códigos en fortran para implementar el método DFDT para resolver las ecuaciones de Maxwell aplicadas a geometrías determinadas para cada simulación, según cada caso. También se desarrolló e implemento una fuente evanescente para excitar PSs de forma selectiva dentro del DFDT. Se comprobó que el número de onda del PS excitado con nuestra fuente evanescente, y una fuente puntual, convergen al valor determinado por su correspondiente relación de dispersión al aumentar la resolución espacial del método, pudiendo disminuir la diferencia entre el valor numérico y el exacto hasta un 3% usando una partición espacial de $\lambda_0/100$.

Por último se utilizó la idea de excitación de PSs usando campo inhomogéneo para estudiar *el salto* del PS a través de una abertura. Se estudió este proceso como dos sistemas por separado: el primero es el colapso de un PS al llegar a la terminación de la superficie metálica por la que se propaga, y el segundo proceso es la dispersión del campo que llega a la segunda esquina que forma la abertura. En ambos procesos se producen campos inhomogéneos.

Se comprobó numéricamente que un PS se difracta hacia el vacío al incidir en una terminación del material metálico de la interfaz por donde éste se propaga. Se mostró que el campo difractado tiene una distribución espacial circular centrada en la esquina desde donde se origina. Sin embargo, su distribución en amplitud tiene una dirección preferente hacia adelante de la esquina, lo que da como resultado un perfil de campo inhomogéneo y como consecuencia de ello se tiene que el campo difractado hacia adelante tiene un espectro de Fourier con componentes mayores al número de onda k_0 .

Para analizar de forma independiente el campo que incide en la segunda esquina de la abertura se hizo incidir el campo que se origina de una fuente puntual colocada a una distancia $d = 18\lambda_0$ de la esquina. Se comprobó numéricamente que se genera un PS sobre la superficie del metal debido a la invariancia translacional que introduce la

esquina. Al incidir un campo espacialmente homogéneo sobre la esquina, éste se difracta produciendo ondas circulares que interfieren con el campo que no se difractó en la región por encima de la superficie; y a la vez, ambos interfieren con el campo del PS que se propaga sobre la superficie del metal. Se demostró que estos efectos de interferencia dan como resultado una serie de puntos negros en la magnitud del campo en la región donde la amplitud del PS y la radiación por encima de la superficie son iguales, pero de fase contraria.

Por último, se realizó el análisis del salto del PS a través de una abertura. Se realizaron los cálculos para diferentes valores del ancho de la abertura, desde $d = 18\lambda_0$ hasta $d = 0.1\lambda_0$. Se concluyó que la excitación del PS sobre la segunda superficie es proporcional a la intensidad del campo que incide sobre la segunda esquina que forma la abertura y es independiente del número de onda del PS que se difracta en la primera esquina de la abertura. Además, se presentan los mismos efectos de interferencia entre los campos con vector de onda k_0 y el campo del PS con vector de onda k_{sp} .

Bibliografía

- [1] M. S. Dresselhaus, *Solid State Physics, Part II: Optical Properties of Solids*. 2007.
- [2] S. A. Maier , P. G. Kik, H. A. Atwater , S. Meltzer , E. Harel, B. E. Koel , and A. A. G. Requicha, “Local detection of electromagnetic energy transport below the diffraction limit in metal nanoparticle plasmon waveguides,” *Nature Materials*, vol. 2, p. 229, 2003.
- [3] D. K. Gramotnev, and S. I. Bozhevolnyi, “Plasmonics beyond the diffraction limit,” *Nature Photonics*, vol. 4, p. 83, 2010.
- [4] E. Ozbay, “Plasmonics: merging photonics and electronics at nanoscale dimensions,” *Science*, vol. 311, p. 189, 2006.
- [5] W. L. Barnes, A. Dereux, and T. W. Ebbesen, “review article surface plasmon subwavelength optics,” *Nature*, vol. 424, p. 824, 2003.
- [6] T. W. Ebbesen, H. J. Lezec. H. F. Ghaemi, T. Thio, and P. A. Wolff, “Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole rrays,” *Nature*, vol. 391, p. 667, 1998.
- [7] H. F. Ghaemi, T. Thio, D. E. Grupp, T. W. Ebbesen, H. J. Lezec, “Surface plasmons enhance optical transmission through subwavelength holes,” *Phys. Rev. B*, vol. 58, p. 6779, 1998.

- [8] Hua Cao and Ajay Nahata, “Resonantly enhanced transmission of terahertz radiation through a periodic array of subwavelength apertures,” *Opt. Express*, vol. 12, p. 1004, 2004.
- [9] Fumiaki Miyamaru and Masanori Hangyo, “Finite size effect of transmission property for metal hole arrays in subterahertz region,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 84, p. 2742, 2004.
- [10] Moreno F and García-Vidal F., “Optical transmission through circular hole arrays in optically thick metal films,” *Opt. Express*, vol. 12, p. 3629, 2004.
- [11] Michael Sarrazin, Jean-Pol Vigneron and Jean-Marie Vigoureux, “Role of wood anomalies in optical properties of thin metallic films with a bidimensional array of subwavelength holes,” *Phys. Rev. B*, vol. 67, p. 85415, 2003.
- [12] F. Medina, J. A. Ruiz-Cruz, F. Mesa, J. M. Rebollar, J. R. Montejo-Garai, and R. Marqués, “Experimental verification of extraordinary transmission without surface plasmons,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 95, p. 71102, 2009.
- [13] W. Luis Mochán,Guillermo P. Ortiz and Bernardo S. Mendoza, “Efficient homogenization procedure for the calculation of optical properties of 3d nanostructured composites,” *Optics Express*, vol. 21, p. 18, 2010.
- [14] E. Popov, M. Neviere, S. Enoch and R. Reinisch, “Theory of light transmission through subwavelength periodic holes,” *Phys. Rev. B*, vol. 62, p. 16100, 2000.
- [15] L. Martín-Moreno, F. J. García-Vidal, H. J. Lezec, K. M. Pellerin, T. Thio, J. B. Pendry and T. W. Ebbesen, “Theory of extraordinary optical transmission through subwavelength hole arrays,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 86, p. 1114, 2001.

- [16] F. J. García de Abajo, “Light scattering by particle and hole arrays,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 79, p. 1267, 2007.
- [17] S. A. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications*. 2007.
- [18] B. Hecht, H. Bielefeldt, L. Novotny, Y. Inouye and D. W. Pohl, “Local excitation, scattering, and interference of surface plasmons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, p. 1889, 1996.
- [19] J. Chen, Z. Li, S. Yue and Q. Gong, “Efficient unidirectional generation of surface plasmon polaritons with asymmetric single-nanoslit,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 97, p. 041113, 2010.
- [20] K. J. Ahn, K. G. Lee, H. W. Kihm, M. A. Seo, A. J. L. Adam, P. C. M. Planken, and D. S. Kim, “Optical and terahertz near-field studies of surface plasmons in subwavelength metallic slits,” *New Journal of Physics*, vol. 10, p. 105003, 2008.
- [21] H. Liu, P. Lalanne, X. Yang, and J.-P. Hugonin, “Surface plasmon generation by subwavelength isolated objects,” *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 14, p. 1522, 2008.
- [22] L. Zhang, A. Kubo, L. Wang, H. Petek ,and T. Seideman, “Imaging of surface plasmon polariton fields excited at a nanometer-scale slit,” *Phys. Rev. B*, vol. 84, p. 245442, 2011.
- [23] J. Ranger, S. Grafstrom, and L. M. Eng, “Direct excitation of surface plasmon polaritons in nanopatterned metal surfaces and thin films,” *Phys. Rev. B*, vol. 76, p. 045431, 2007.
- [24] F. López-Tejeira, S.G. Rodrigo, L. Martín-Moreno, F. J. García-Vidal, E. Devaux, T. W. Ebbesen, J. R. Krenn, I. P. Radko, S. I. Bozhevolnyi, M. U. González, J.

- C. Weeber, and A. Dereux, "Efficient unidirectional nanoslit couplers for surface plasmons," *Nature Physics*, vol. 3, p. 324, 2007.
- [25] M. Nazarov, J.-L. Coutaz, A. Shkurinov and F. Garet, "Thz surface plasmon jump between two metal edges," *Opt. Commun.*, vol. 277, p. 33, 2007.
- [26] R. A. Flynn, I. Vurgaftman, K. Bussmann, B. S. Simpkins, C. S. Kim, and J. P. Long, "Transmission efficiency of surface plasmon polaritons across gaps in gold waveguides," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 96, p. 111101, 2010.
- [27] G. N. Zhizhin, M. A. Moskaleva, E. V. Shomina, and V. A. Yakovlev, "Absorption of surface electromagnetic waves by thin oxide films on metal surfaces," *JETP Lett.*, vol. 29, p. 486, 1979.
- [28] R. F. Wallis, A. A. Maradudin and G. I. Stegeman, "Surface polariton reflection and radiation at end faces," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 42, p. 764, 1983.
- [29] V. B. Zon, "Surface plasmons on a right angle metal wedge," *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, vol. 9, p. S476, 2007.
- [30] I. A. Kotelnikov, V. V. Gerasimov, and B. A. Knyazev, "Diffraction of a surface wave on a conducting rectangular wedge," *Phys. Rev. A*, vol. 87, p. 023828, 2013.
- [31] G. I. Stegeman, R. F. Wallis, and A. A. Maradudin, "Excitation of surface polaritons by end-fire coupling," *Opt. Lett.*, vol. 8, p. 386, 1983.
- [32] Allen Taflove, Susan C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. 2000.
- [33] Deniss M. Sullivan, *Electromagnetic Simulation Using The FDTD Method*. 2000.

- [34] Kane Yee, “Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media,” *Antennas and Propagation, IEEE Transactions*, vol. 14, pp. 302–307, 1966.
- [35] F. Hao, P. Nordlander, “Efficient dielectric function for ftd simulation of the optical properties of silver and gold nanoparticles,” *Chemical Physics Letter*, vol. 446, pp. 115–118, 2007.
- [36] George B. Arfken and Hans J. Weber, *Mathematical methods for physicists*, Fifth edition, ch. 6.4:Cauchy’s Integral Formula, p. 411. 2001.
- [37] J. Manzanares, J. Gaspar-Armenta, “Direct integration of the constitutive relations for modeling dispersive metamaterials using the finite difference time-domain technique,” *J. of electromagn. waves and appl*, vol. 21, pp. 2297–231, 2007.

Artículos derivados de esta tesis.



**Surface plasmon transmission through discontinuous conducting surfaces:
Plasmon amplitude modulation by grazing scattered fields**

L. A. Mayoral-Astorga, J. A. Gaspar-Armenta, and F. Ramos-Mendieta

Citation: *AIP Advances* **6**, 045316 (2016); doi: 10.1063/1.4948465

View online: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4948465>

View Table of Contents: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/adva/6/4?ver=pdfcov>

Published by the [AIP Publishing](#)

Articles you may be interested in

[Tuning the interaction between propagating and localized surface plasmons for surface enhanced Raman scattering in water for biomedical and environmental applications](#)

Appl. Phys. Lett. **104**, 243102 (2014); 10.1063/1.4883743

[Inelastic scattering of surface plasmons in oscillating metallic waveguides](#)

Appl. Phys. Lett. **98**, 263111 (2011); 10.1063/1.3605677

[Slowing surface plasmon polaritons on plasmonic coupled cavities by tuning grating grooves](#)

Appl. Phys. Lett. **97**, 131103 (2010); 10.1063/1.3495781

[Excitation of dielectric-loaded surface plasmon polariton observed by using near-field optical microscopy](#)

Appl. Phys. Lett. **93**, 073306 (2008); 10.1063/1.2973355

[Bragg scattering of surface plasmon polaritons on extraordinary transmission through silver periodic perforated hole arrays](#)

Appl. Phys. Lett. **88**, 213112 (2006); 10.1063/1.2206553



Inhomogeneous fields for surface plasmon excitation

J. Gaspar-Armenta*^a, L. A. Mayoral-Astorga*^b, F. Ramos-Mendieta*^a

^aDepartamento de Investigación en Física de la Universidad de Sonora, Blvd. Luis Encinas y Rosales S/N , Col. Centro, Hermosillo, Sonora, México;

^bPosgrado en Ciencias (Física), Universidad de Sonora, Blvd. Luis Encinas y Rosales S/N , Col. Centro, Hermosillo, Sonora, México

ABSTRACT

Point sources of polarized light generate inhomogeneous fields at the surface of a metallic slab localized at its *vicinity*. It is found that the associated k -spectrum contains wave vectors larger than those corresponding to free oscillations. Consequently evanescent fields are available and surface plasmons can be excited. With FDTD calculations we prove in detail this effect using a point source of cylindrical symmetry placed near a silver film. In addition, the interaction of the cylindrical wave and the metallic surface is analytically described by writing the incident wave in terms of a plane wave basis. Images of the surface plasmon excited by this source and the field distribution in the vicinity of the surface are shown.

Keywords: surface plasmon, evanescent fields, point source, FDTD

1. INTRODUCTION

For many years different mechanisms has been proposed to excite surface plasmons (SPs) by light incident directly on a metallic surface. Nanoslits, shallow grooves or supported nanoparticles are examples of the additional structure required to generate diffraction of light which is responsible of the excitation. There exist, however, experimental evidence that SPs can also be excited *directly* by light in planar surfaces, where diffractive effects (surface inhomogeneities) do not exist. Near field techniques have been used for this purpose.¹ As we shall argue all these manner for SP excitation have the same physical basis: the inhomogeneity of the harmonic electromagnetic fields at the metallic surface.

Since the pioneer works of Ritchie,² Otto,³ and Kretschmann⁴ where basic physics and mechanisms for their optical excitation were established, the SPs never received current attention. There are two reasons for this renovated interest. On the technological side the nanoscale structuring requires the photon manipulation in sub-wavelength regimes. A SP carries photonic information; in addition it may have interaction with diffractive structures of dimensions smaller than the wavelength of light. Consequently the SPs acquire relevance as information carriers in the new nanotechnology of integrated (miniaturized) photonic devices.⁵⁻⁷

Beyond their practical applications, SPs are also involved in new phenomena of the fundamental physics: recently unexpected extraordinary transmission of light was observed in metallic films with an array of sub-wavelength holes.^{8,9} This enhancement has generated a great debate on the SPs role because apparently similar effects have been observed in the microwave regime^{10,11} where metals behave almost as perfect conductors – the large imaginary dielectric constant avoids the field penetration leading to a weak or null SP excitation. Even when some theories try to explain the enhanced transmission without SP modulation (interference of diffracted evanescent waves,¹² resonant Wood's anomalies,¹³ and